

18 באוקטובר 2016

מיומנו של אקטואר: התפלגות וייבול (התפלגות ריילי)

התפלגות וייבול מתארת נתונים המתקבלים מבדיקות חיים ותשישות (fatigue, עייפות). התפלגות זו משמשת בעיקר לתיאור זמן הכשל (failure time) במבחני מהימנות ולשבירת חוזק חומרים במבחני אבטחה ובקרת איכות. התפלגויות וייבול משמשות גם לייצוג כמויות פיזיות שונות, כמו למשל מהירות הרוח.

התפלגות וייבול הינה למעשה משפחה של התפלגויות אשר מניחות את מאפייניהן של כמה התפלגויות אחרות. לדוגמא, בהתאם לפרמטר הצורה של התפלגות וייבול שנגדיר, התפלגות וייבול יכולה לשמש למידול ההתפלגות המעריכית והתפלגויות ריילי, כלומר, התפלגות וייבול מאוד גמישה. כאשר פרמטר הצורה של התפלגות וייבול שווה ל-1.0, התפלגות וייבול זהה להתפלגות המעריכית. פרמטר המיקום של התפלגות וייבול מאפשר לנו לקבוע את התפלגות המעריכית כך שתתחיל במיקום אחר מאשר 0.0. כאשר פרמטר הצורה נמוך מ-1.0, התפלגות וייבול הופכת לעקום שיורד בחדות. יצרן, למשל, עשוי למצוא את התכונה האמורה כשימושי לתיאור כשלים של חלקים במהלך תקופת ההרצה (burn-in period).

התנאים המתמטיים של התפלגות וייבול הינם כדלקמן:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left[\frac{x}{\beta} \right]^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}$$

$$\text{Mean} = \beta \Gamma(1 + \alpha^{-1})$$

$$\text{Standard Deviation} = \beta^2 [\Gamma(1 + 2\alpha^{-1}) - \Gamma^2(1 + \alpha^{-1})]$$

$$\text{Skewness} = \frac{2\Gamma^3(1 + \beta^{-1}) - 3\Gamma(1 + \beta^{-1})\Gamma(1 + 2\beta^{-1}) + \Gamma(1 + 3\beta^{-1})}{[\Gamma(1 + 2\beta^{-1}) - \Gamma^2(1 + \beta^{-1})]^{3/2}}$$




$$\text{Excess Kurtosis} =$$

$$\frac{-6\Gamma^4(1 + \beta^{-1}) + 12\Gamma^2(1 + \beta^{-1})\Gamma(1 + 2\beta^{-1}) - 3\Gamma^2(1 + 2\beta^{-1}) - 4\Gamma(1 + \beta^{-1})\Gamma(1 + 3\beta^{-1}) + \Gamma(1 + 4\beta^{-1})}{[\Gamma(1 + 2\beta^{-1}) - \Gamma^2(1 + \beta^{-1})]^2}$$

 WWW.IAVFA.ORG



רחוב נתן ברניצקי 5, ראשון לציון 7524205, ישראל

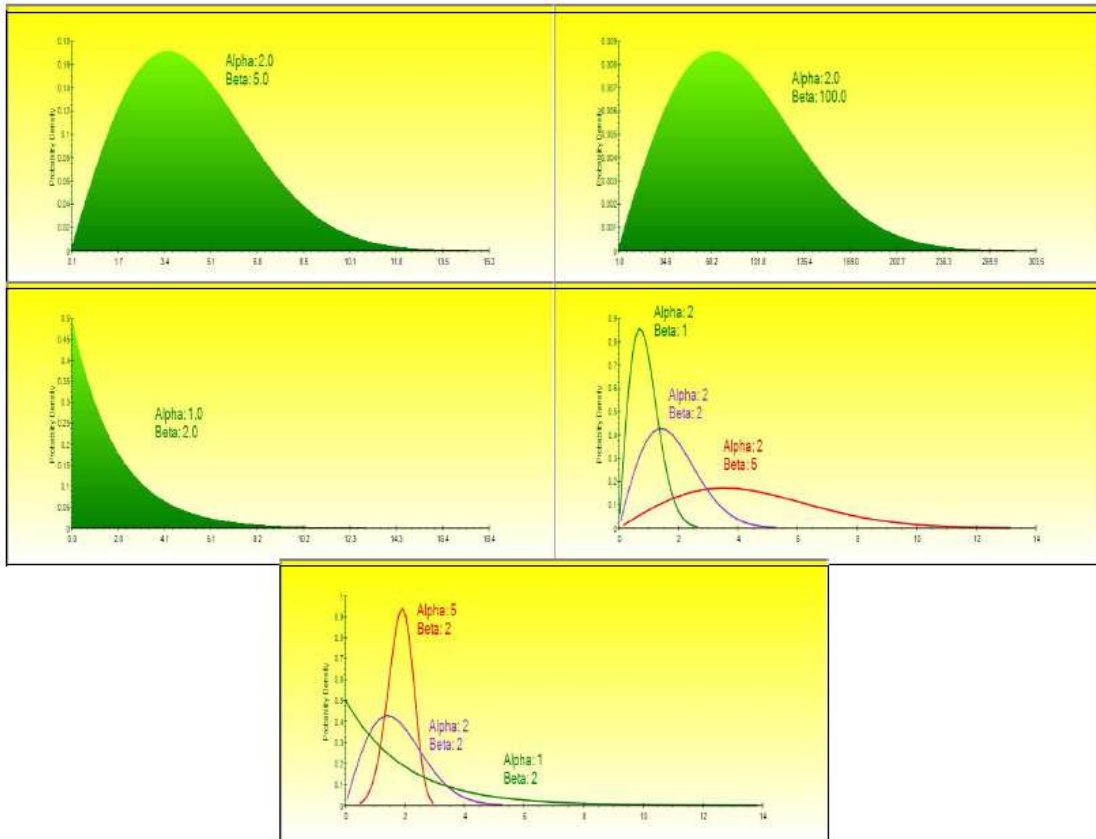
 077-5070590  153-77-5070590  IAVFA1020@GMAIL.COM

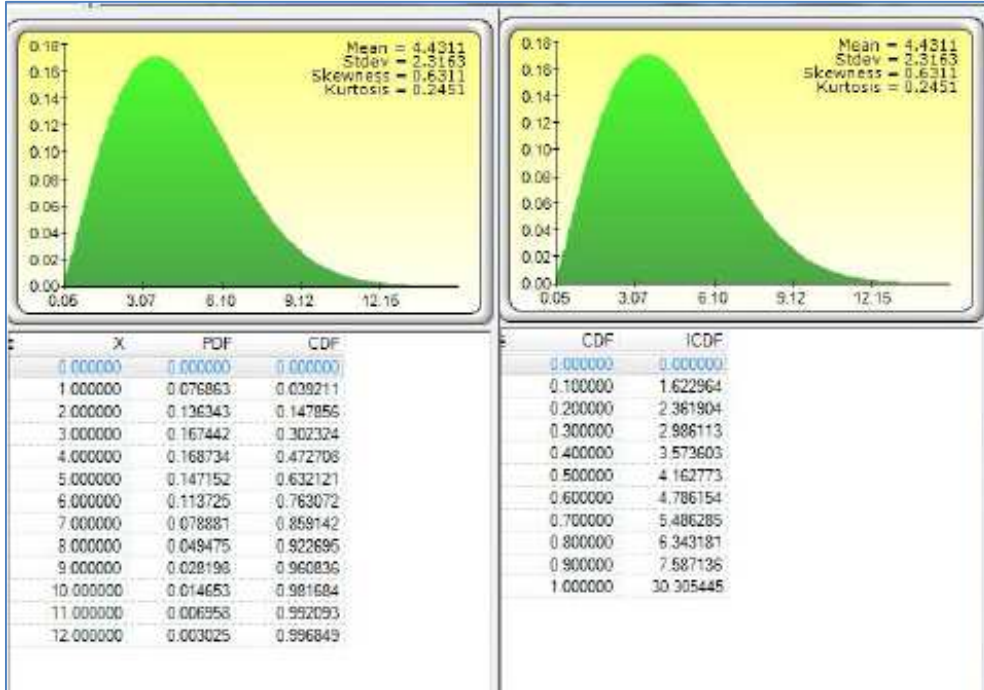
כאשר פרמטר הצורה (α) ופרמטר גודל המיקום המרכזי (β) הינם הפרמטרים ההתפלגותיים ו- L היא פונקציית הגמא.

התשומות הדרושות:

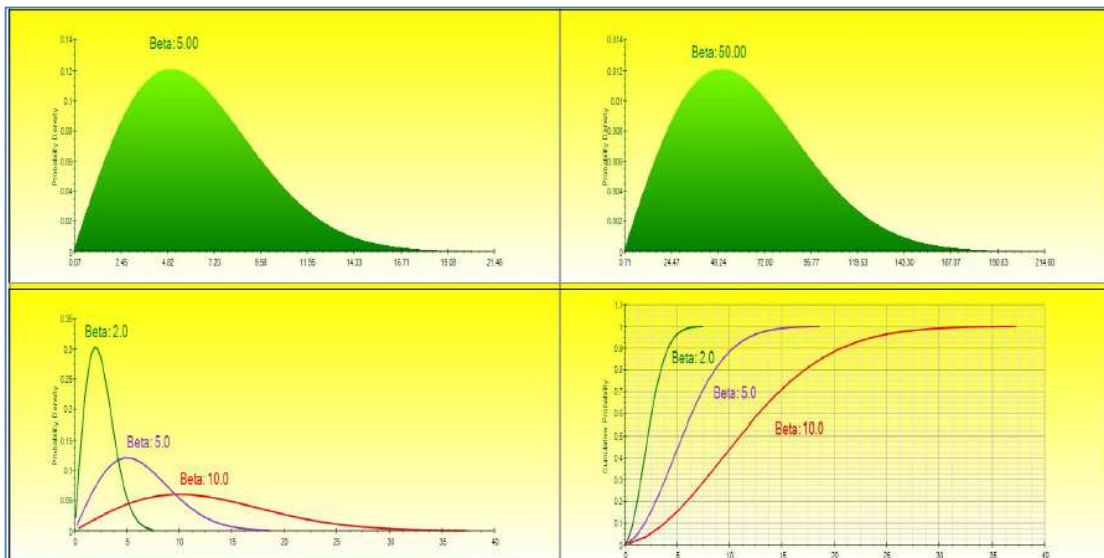
פרמטר הצורה (α) $0.05 \leq \alpha$

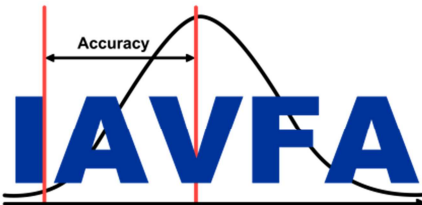
פרמטר הגודל (β) $0 < \beta$ יכול לקבל כל ערך חיובי שהוא



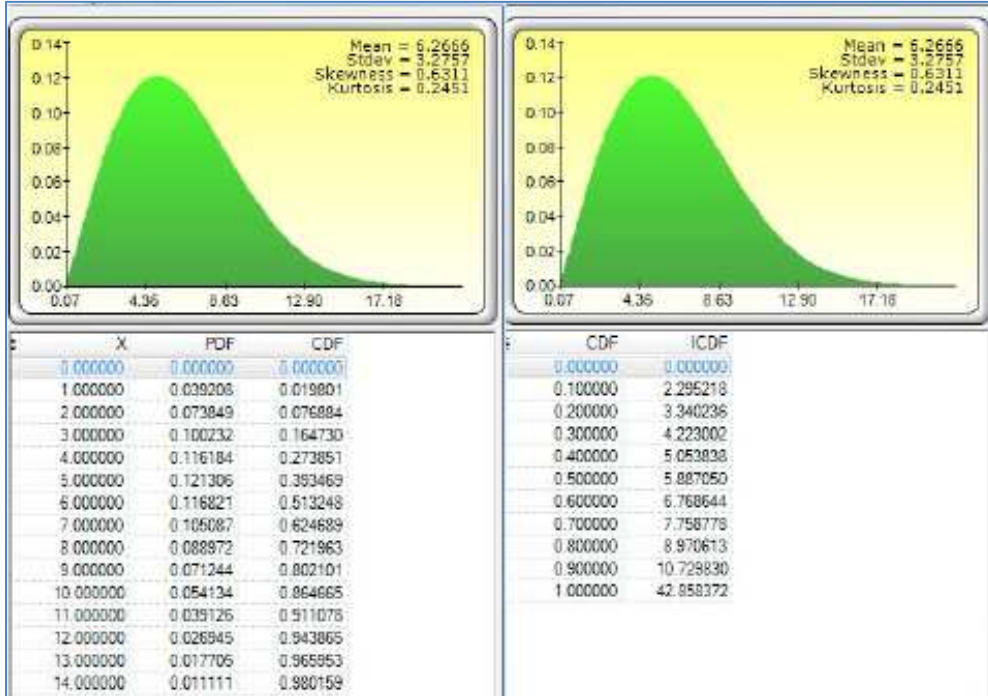


התפלגות וייבול-ריילי





לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל
Israel Association of Valuators and Financial Actuaries



בכבוד רב,

רוני פולניצר

יו"ר ומנכ"ל לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל

WWW.IAVFA.ORG



רחוב נתן ברניצקי 5, ראשון לציון 7524205, ישראל



077-5070590



153-77-5070590



IAVFA1020@GMAIL.COM