

## פרופ' נפתלי לנגברג

**סעיף ב:**

### טבלאות חודשיות

טבלאות התמורה הנתונות בתת הספרייה "Tables" הן טבלאות שנתיות. בסעיף זה נרחיב, בעזרת ה **קירוב הליניארי**, את טבלאות התמורה השנתיות לטבלאות תמורה חודשיות.

**סימון:**

יהי  $y$  מספר ממשי אי שלילי.  $\text{INT}(y)$  יסמן את הערך השלם של  $y$  כלומר את המספר השלם הגדול ביותר הקטן או שווה ל-  $y$ .

**הערות:**

$$\text{INT}(2.9)=2, \text{INT}(3.5)=3 \quad (\text{א})$$

(ב) יהי  $y$  מספר שלם אי שלילי המציין גיל נפש בסקלה חודשית. אז  $\text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)$  מציין את גיל

הנפש בסקלה שנתית. (גיל חודשי של 534 מציין גיל שנתי של 44 כי:

$$\left(\text{INT}\left(\frac{534}{12}\right) = \text{INT}(44.5) = 44, \frac{534}{12} = 44.5\right)$$

**הרחבת טבלה שנתית לטבלה חודשית:**

**סימונים:**

(א) תהי  $\{1_x^{\text{year}} : x = 0,1,2,\dots\}$  טבלת תמורה שנתית נתונה,

(ב) יהי  $d_x^{\text{year}} = 1_x^{\text{year}} - 1_{x+1}^{\text{year}}, x = 0,1,2,\dots$

(ג) תהי  $\{1_y^{\text{month}} : y = 0,1,2,\dots\}$  הרחבת הטבלה  $\{1_x^{\text{year}} : x = 0,1,2,\dots\}$

לטבלה החודשית בעזרת הקירוב הליניארי.

**הערה:**

## פרופ' נפתלי לנגברג

לכל גיל חודשי  $y$  המבטא גיל שנתי שלם (כלומר לכל  $y$  שהוא כפולה של 12 כמו למשל

$$216 \text{ השקול לגיל שנתי } 18 = \text{INT}\left(\frac{216}{12}\right) \text{ מתקיים:}$$

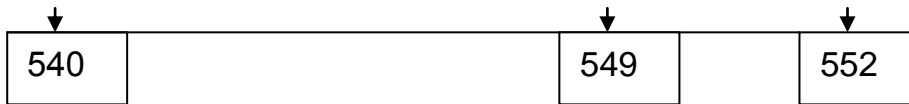
$$\frac{1 \text{ month}}{y} = \frac{1 \text{ year}}{\text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)}$$

$$\left(\frac{1 \text{ month}}{216} = \frac{1 \text{ year}}{\text{INT}\left(\frac{216}{12}\right)} \equiv \frac{1 \text{ year}}{18} \text{ :למשל}\right)$$

**הדגמת ההרחבה לגיל החודשי 549:**

(א) הגיל החודשי 549 נמצא בין שני גילאים שנתיים שלמים: גיל 540 (גיל שנתי שקול

$$\text{ל-} \left(45 = \text{INT}\left(\frac{549}{12}\right)\right) \text{ וגיל } 552 \text{ (גיל שנתי שקול ל-} \left(46 = \text{INT}\left(\frac{549}{12}\right) + 1\right).$$



(ב) על סמך ההערה מתקיים:

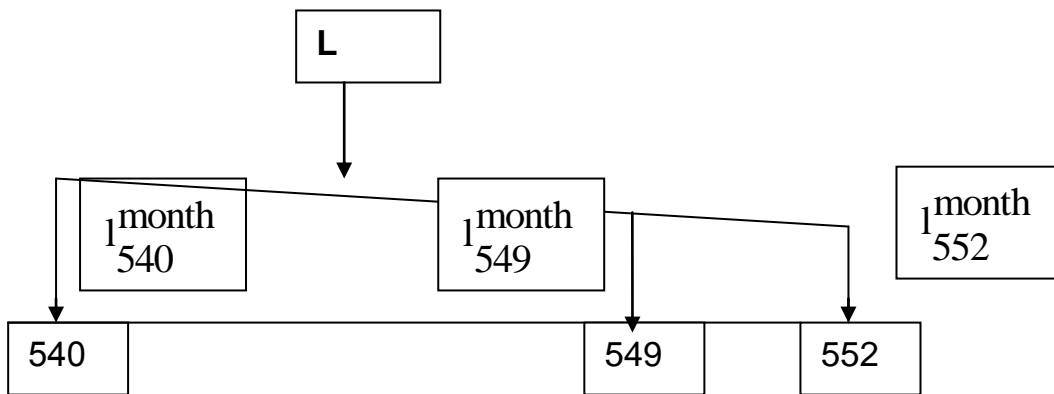
$$\frac{1 \text{ month}}{552} = \frac{1 \text{ year}}{46}, \quad \frac{1 \text{ month}}{540} = \frac{1 \text{ year}}{45}$$



## פרופ' נפתלי לנגברג

(ג) דרך שתי הנקודות  $(540, 1_{540}^{\text{month}})$  ו  $(552, 1_{552}^{\text{month}})$  נעביר קו ישר L. ערכו של

$1_{549}^{\text{month}}$  יוגדר כערך הקו הישר L בנקודה 549 כלומר כ- L(549).



הצגת הנוסחה לערך  $1_{y}^{\text{month}}$ :

יהי y מספר שלם ואי שלילי.

לגיל 540 בדוגמה)  $12 \cdot \text{INT}(\frac{y}{12})$  הוא הגיל השנתי השלם הגדול ביותר הקטן או שווה ל- y (המקביל

לגיל 540 בדוגמה)

לגיל 552 בדוגמה)  $12 \cdot \text{INT}(\frac{y}{12}) + 12$  הוא הגיל השנתי השלם הגדול או שווה ל y

(המקביל לגיל 552 בדוגמה)

השיפוע של הקו L הנקבע על ידי שתי הנקודות הבאות

## פרופ' נפתלי לנגברג

$$\left( 12 \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right) + 12, {}_1^{\text{month}} \right), \left( 12 \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right), {}_1^{\text{month}} \right)$$

$$\frac{12 \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right) + 12}{12} = \frac{12 \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right) + 12}{12 \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)}$$

לכן השיפוע שווה ל:

$$\frac{{}_1^{\text{month}}}{12 \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right) + 12} - \frac{{}_{-1}^{\text{month}}}{12 \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)} = \frac{{}_1^{\text{year}}}{\text{INT}\left(\frac{y}{12}\right) + 1} - \frac{{}_{-1}^{\text{year}}}{\text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)} = - \frac{{}_d^{\text{year}}}{\text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)}$$

מאחר והנקודה  $(y, {}_1^{\text{month}})$  נמצאת על הישר L נקבל ש:

$$\frac{{}_1^{\text{month}} - {}_{-1}^{\text{month}}}{y - 12 \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)} = - \frac{{}_d^{\text{year}}}{\text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)}$$

לכן ערכו של  ${}_1^{\text{month}}$  נתון על ידי:

$${}_1^{\text{month}} = {}_{-1}^{\text{month}} - \frac{{}_d^{\text{year}}}{\text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)} \cdot [y - 12 \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)]$$

**הערה:**

הנוסחה הרקורסיבית הבאה של הטבלה החודשית מאפשרת את חישוב הטבלה החודשית

בגיליון אקסל באופן מאוד נוח.

יהי  $y$  הגיל של נפש בחודשים שלמים

## פרופ' נפתלי לנגברג

מאחר והשיפוע הקו העובר דרך שתי הנקודות  $(y+1, l_{y+1}^{\text{month}})$ ,  $(y, l_y^{\text{month}})$

שווה ל-  $-\frac{1}{12} \cdot d^{\text{year}} \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right)$  אז מקבלים את הנוסחה הרקורסיבית:

$$l_{y+1}^{\text{month}} = l_y^{\text{month}} - \frac{1}{12} \cdot d^{\text{year}} \cdot \text{INT}\left(\frac{y}{12}\right), \quad y = 0, 1, 2, \dots$$

**דוגמה 4:** (פורמט אחיד)

נציג בגיליון אקסל את הקרוב החודשי של כל אחת מ-16 טבלאות התמותה השנתיות

הנתונות בספריה בשם **Tables**.

**פתרון:**

ראשית נציג בקובץ בשם "Cha1.Examples" בגיליון בשם "דוגמה 4" פורמט אחיד

שיאפשר לנו לחשב טבלת תמותה חודשית לכל טבלת תמותה שנתית.

**שלב א:**

בתא B1 נציג את הגיל ההתחלתי השנתי של טבלת התמותה השנתית (את  $x_0$ ).

בתאים A7-A127 נציג את הגילים מ- $x_0$  ועד  $x_0 + 120$ . בתא A7 נרשום: B1, בתא

A8 נרשום: A7+1 ונעתיק את תא A8 לתאים A9-A127.

בתאים B7-B127 נציג טבלת התמותה שנתית שרירותית מגיל  $x_0$  ועד גיל  $x_0 + 120$

אותה אנו מתכוונים להרחיב לטבלת תמותה חודשית.

**הערה:**

הטבלה השרירותית והערך השרירותי של  $x_0$  מהווים **פרמטרים** שניתנים לשינוי

## פרופ' נפתלי לנגברג

על פי הצורך.

אנו זקוקים לערכי  $d_x^{year}$  בתאים C7-C127 נציג את ערכי  $d_x^{year}$  בתא C7 נרשום:

=B7-B8 ונעתיק את התא לתאים: C8- C127.

### שלב ב:

בתאים E7-E1447 נציג את מרווח הגילים השנתיים  $[x_0, x_0 + 120]$  בסקלה חודשית.

בתא E7 נרשום: =A7\*12, בתא E8 נרשום: =E7+1, ונעתיק את התא E8 לתאים E9- E1447.

בתאים F7-F1447 נציג את הגילאים השנתיים המתאימים לגילים החודשים שבעמודה E.

בתא F7 נרשום: =INT(E7/12) ונעתיק את התא לתאים F8-F1447.

### שלב ג

בתאים H7-H1447 נציג את ההפרשים השנתיים  $d_x^{year}$  המתאימים לגילים החודשיים.  $INT(\frac{y}{12})$

בתא H7 נרשום:

=lookup (F7, \$A\$7:\$A\$127, \$C\$7:\$C\$127)

ונעתיק את התא לתאים H8-H1447.

בתאים I7-I1447 נציג את הקרוב הליניארי של טבלת התמותה השנתית.

בתא I7 נציג את ערך טבלת התמותה בגיל ההתחלתי השנתי  $x_0$ , או בגיל החודשי  $12 \cdot x_0$

ונרשום בתא I7: =B7.

על פי נוסחת הרקורסיה ערך טבלת התמותה החודשית בגיל החודשי  $12 \cdot x_0 + 1$  שווה

## פרופ' נפתלי לנגברג

לערך הטבלה בגיל החודשי  $12 \cdot x_0$  (הערך שבתא 17) פחות ההפרש השנתי המתאים

(הערך שבתא H7) מחולק ב-12. כלומר: בתא 18 נרשום: 17-H7/12, ונעתיק את התא

לתאים 19-11447 ונקבל את טבלת התמותה החודשית.

### יצירת טבלה חודשית על סמך הטבלה השנתית A1967-70

נמחיש את השימוש בפורמט האחיד של יצירת טבלאות חודשיות ליניאריות על ידי הרחבת

טבלת התמותה השנתית A1967-70 לטבלת תמותה חודשית (בטבלת התמותה A1967-70

מתקיים:  $x_0 = 0$ ).

ראשית נצבע את הגיליון בשם "דוגמה 4" בקובץ "Cha1.Examples" ונעתיק אותו לגיליון

מס 5 בקובץ "A1967-70".

מעתה כל הפעולות הן בגיליון מס 5 בקובץ "A1967-70" בספרית **Tables**.

בתא B1 נשנה את המספר 20 למספר 0. וננקה את ערכי טבלת התמותה השנתית

שבעמודה B.

בגיליון מס 2 נצבע את טבלת התמותה השנתית (את התאים B4-B115) ונעתיק אותם

בגיליון מס 5 לתאים B7-B127.

כתוצאה מפעולות אלו נקבל בתאים 17-11447 את הרחבת הטבלה השנתית A1967-70

לטבלת תמותה חודשית.

באותו אופן ניתן לקבל את הרחבת יתר הטבלאות השנתיות לטבלאות חודשיות.