פרק ב: פוליסת ביטוח

פוליסת ביטוח (או בקיצור פוליסה) הוא חוזה בין מנפיק הפוליסה (חברת הביטוח) לבין רוכש הפוליסה (הלקוח) בו מצוין:

(א) מספר, גובה, וזמני התשלומים, של רוכש הפוליסה (התשלומים נקראים **פרמיות**),

(ב) הוצאות מנפיק הפוליסה: (**הוצאה ראשונית**, **הוצאות חידוש פרמיה**, **הוצאת תשלום הטבת תמותה הוצאת תשלום בעת פירעון פוליסה, הוצאת תשלום קצבה,** וכו),

(ג) הזמן בו פוקע תוקף הפוליסה, או משך חיי הפוליסה. (את משך חיי הפוליסה נסמן ב- **n**.

נעיר ש-n יכול להיות שווה ל ω : הגיל המכסימלי של האוכלוסיה),

(ד) ההטבות שמקבל בעל הפוליסה או המוטבים של בעל הפוליסה ממנפיק הפוליסה, והזמנים בהם ההטבות משולמות.

סימון:

תהי $\{l_y : y = 0,\dots,\omega)$ טבלת התמותה לה חשוף הלקוח, ויהי x מספר טבעי המציין את גיל הלקוח בעת רכישת הפוליסה.

הנחה:

בלי הגבלת הכלליות אנו מניחים ש l_x לקוחות בגיל x רוכשים את הפוליסה בעת ההנפקה, ולאחר k יחידות זמן שורדים l_{x+k} בעלי פוליסות, $k = 0,1,\dots$.

אנו זקוקים למושג **תזרים מזומנים**.

הגדרה:

תהי $t_1 < t_2 \ldots$ סדרה של מספרים ממשיים אי שליליים, המציינים זמני הפקדות. תהי $C_1, C_2, \ldots$ סדרה של מספרים ממשיים, המצינים את סכומי הכסף שהופקדו בחשבון בזמנים $t_1 < t_2 \ldots$ בהתאמה. **תזרים מזומנים** היא סדרת הזוגות $(C_1, t_1), (C_2, t_2), \ldots$, המצינים את גובה הסכומים שהופקדו ואת זמני ההפקדה.

הערות :

(א) אם C_r מקבל ערך שלילי אז בזמן t_r גורעים (או מושכים) C_r יחידות כסף מהחשבון, $r = 1, 2 \ldots$,

(ב) הפוליסה מיוצגת על ידי שלושה תזרימים: **תזרים פרמיות**, **תזרים הטבות**, ו**תזרים הוצאות**

תזרים פרמיות:

הפרמיות משולמות בגילאיים $x, x+1, \ldots, x+n-1$. תהי P_k הפרמיה המשולמת בגיל x+k-1, $k = 1, \ldots, n$ (חלק מהפרמיות $P_1, \ldots, P_n$ יכולות להיות שוות לאפס).
בגיל x+k-1 מפקיד כל אחד מ- l_{x+k-1} המבוטחים השורדים פרמיה בגובה P_k.
לכן תזרים הפרמיות נתון על ידי:

$$t_k = x + k - 1, \quad C_k = P_k \cdot l_{x+k-1}, \quad k = 1, \ldots, n.$$

תזרים ההטבות: (הטבות מוות, הטבות שרידות)

חברת הביטוח משלמת הטבות בגילאיים $x+1, \ldots, x+n$. תהי D_k הטבת המוות שמשלמת חברת הביטוח בגיל x+k למוטבים של $l_{x+k-1} - l_{x+k}$

הלקוחות שנפטרו ביחידת הזמן $[x+k-1,x+k)$, $k=1,\dots,n$. (חלק או כל הטבות המוות יכולות להיות שוות לאפס)

תהי S_k הטבת השרידות שמשלמת חברת הביטוח בגיל x+k ל- l_{x+k} הלקוחות ששרדו, $k=1,\dots,n$. (חלק או כל הטבות השרידות יכולים להיות שווים לאפס)

בגיל x+k משלמת חברת הביטוח הטבת מוות בגובה D_k, והטבת שרידות בגובה S_k.

לכן תזרים ההטבות נתון על ידי:

$$t_k=x+k,\ C_k=D_k\cdot(l_{x+k-1}-l_{x+k})+S_k\cdot l_{x+k},\ k=1,\dots,n.$$

תזרים הוצאות:

לחברת הביטוח הוצאות בגילאיים $x,\ x+1,\dots,x+n$.

תהי $e_k(P)$ ההוצאה של מנפיק הפוליסות בזמן x+k על כל אחד מ- l_{x+k} הלקוחות השורדים בשל תשלום הפרמיות על ידי הלקוחות בזמן x+k ($e_n(P)=0$),

תהי $e_k(D)$ ההוצאה של מנפיק הפוליסות בזמן x+k,על כל אחד מ- $l_{x+k-1}-l_{x+k}$ הלקוחות שנפטרו במרווח הגיל $[x+k-1,x+k)$, בשל תשלום ההטבות המוות על ידי חברת הביטוח בגיל x+k למוטבים של הלקוחות שנפטרו ($e_0(D)=0$),

תהי $e_k(S)$ ההוצאה של מנפיק הפוליסות בזמן x+k על כל אחד מ- l_{x+k} הלקוחות השורדים בשל תשלום הטבת שרידות על ידי חברת הביטוח המשולמת בגיל x+k, ללקוחות השורדים ($e_0(S)=0$), $k=0,\dots,n$.

לכן תזרים ההוצאות נתון על ידי:

$$t_k=x+k,\ C_k=e_k(D)\cdot(l_{x+k-1}-l_{x+k})+[e_k(P)+e_k(S)]\cdot l_{x+k},$$

$k = 0,\dots,n$.

(ג) נסמן ב- i תשואה ליחידת הזמן . אז מתקיימת "**משוואת הערך**" בזמן t לתשואה i:

ערך תזרים הפרמיות מחושב בזמן t לפי תשואה i **פחות** ערך תזרים ההוצאות מחושב בזמן t לפי תשואה i **פחות** ערך תזרים ההטבות מחושב בזמן t לפי תשואה i **שווה לאפס**. בפרט נקבל את:

משוואת הערך בעת ההנפקה לתשואה i:

ערך תזרים הפרמיות מחושב בעת הנפקת הפוליסה לפי תשואה i **פחות** ערך תזרים ההוצאות מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **פחות** ערך תזרים ההטבות מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **שווה לאפס**.

ואת:

משוואת הערך בעת הפירעון לתשואה i:

ערך תזרים הפרמיות מחושב בעת פירעון הפוליסה לפי תשואה i **פחות** ערך תזרים ההוצאות מחושב בעת הפירעון לפי תשואה i **פחות** ערך תזרים ההטבות מחושב באת הפירעון לפי תשואה i **שווה לאפס**.

(ד) ממשוואת הערך ניתן לחלץ ערך בלתי ידוע אחד עם יתר הערכים ידועים, כפי שנראה בהמשך.

(ה) נסמן ב- **v** את גורם ההיוון של i $\left(v = \dfrac{1}{1+i}\right)$

נציג עתה כמה סוגי פוליסות חשובים.

ביטוח חיסכון טהור:

תמורת פרמיה חד-פעמית P_0 המשולמת בזמן ההנפקה, מתחייבת חברת הביטוח לשלם ללקוח בעוד n יחידות זמן, במידה והלקוח יחיה, סכום כסף בגובה S_n. (סכום הכסף נקרא **"הטבה**

פירעון" או **"הטבת שרידות"**) . בעת תשלום הפרמיה הראשונה יש הוצאה ראשונית בגובה

$e_0(P)$, ובעת תשלום ההטבה בזמן n יש הוצאת הטבה בגובה $e_n(S)$.

הצגת משוואת הערך בביטוח טהור.

(א) ערך תזרים הפרמיות של הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה, שווה ל: $P_0 \cdot l_x$ ש"ח,

(ב) ערך תזרים ההטבות של הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה, שווה ל:

$S_n \cdot l_{x+n} \cdot v^n$ ש"ח,

(ג) ערך תזרים ההוצאות של הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה, שווה ל:

$e_0(P) \cdot l_x + e_n(S) \cdot l_{x+n} \cdot v^n$ ש"ח,

(ד) משוואת הערך בעת ההנפקהנתונה על ידי:

$$P_0 \cdot l_x - S_n \cdot l_{x+n} \cdot v^n - e_0(P) \cdot l_x - e_n(S) \cdot l_{x+n} \cdot v^n = 0.$$

(ה) משוואת הערך ניתנת להכתב בצורה השקולה הבאה:

$$(P_0 - e_0(P)) \cdot l_x - (S_n + e_n(S)) \cdot l_{x+n} \cdot v^n = 0$$

כלומר ניתן ליחס את משוואת הערך לביטוח טהור **ללא תשלום הוצאות** בו:

הפרמיה שווה ל- $P_0 - e_0(P)$, (נקראת "**פרמיה נטו**") וההטבה שווה

ל- $S_n + e_n(S)$, (נקראת "**הטבה ברוטו**") .

דוגמה 1:

לקוח בן 35 (x=35) רוכש ביטוח חסכון טהור ל- 25 שנה (n=25) עם הטבת שרידות בגובה

10,000 ש"ח, $S_n = 10{,}000$) בתמורה משלם הלקוח פרמיה חד-פעמית בגובה P_0 בעת

ההנפקה. הוצאת הנפקת הפוליסה שווה ל- 10% מערך הפרמיה המשולמת,

$(e_0(P)=0.1\cdot P_0)$ והוצאת תשלום ההטבה שווה ל 2% מהטבת השרידות.

$(e_n(S)=0.02\cdot 10,000)$

(א) חשב את גובה הפרמיה החד-פעמית בהנחה שהריבית השנתית שווה ל-7% .

(ב) חשב את הריבית השנתית אם ידוע שערך הפרמיה החד-פעמית שווה ל- 1,200 ש"ח.

בכל החישובים הנח שטבלת התמותה היא: **E.L.T. No 12**.

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם **"Cha2.Examples"** בגיליון בשם **"דוגמה 1"**

מטבלת התמותה E.L.T.No.12 נעתיק את $l_{35}-l_{60}$ לתאים B7-B32.

(א)

בתא C6 נחשב את ערך תזרים הפרמיות נטו (לאחר קיזוז ההוצאה הראשונית) ל 1 ₪ של פרמיה מחושב בעת ההנפקה ונרשום: =0.9*B7.

בתא D6 נחשב את תזרים ההטבות ברוטו (בתוספת הוצאת הטבת השרידות) ונרשום: =10200*B32*1.07^-25.

בתא C2 נחשב את הפרמיה הדרושה ונרשום: =D6/C6

(ב)

בתא F2 ננקוב בתשואה שנתית שרירותית נניח =8, ובתא G2 נרשום =1+F2/100.

בתא F6 נחשב את ערך תזרים הפרמיות נטו מחושב בעת ההנפקה לפי התשואה השרירותית ונרשום: =0.9*1200*B7.

בתא G6 נחשב את תזרים ההטבות ברוטו מחושב בעת ההנפקה לפי התשואה השרירותית ונרשום: =10200*B32*G2^-25.

בתא F3 נציג את משוואת הערך ונרשום: F6-G6=.

על ידי שינוי ערך התשואה נוכל להגיע לערך משוואת הערך הנכון: 0 . פעולה זו ניתן לבצע בעזרת **חתירה למטרה**: **בחר תא**: F3, **לערך**: 0, **על ידי שינוי התא**: F2 ואשר. התוצאה המופיעה ב- F2 היא התשואה המבוקשת.

ביטוח לכל החיים :

תמורת תשלום פרמיות לחברת הביטוח בגובה P, בתחילת כל יחידת זמן כל עוד הלקוח חי, מתחייבת החברה לשלם למוטבים של הלקוח, בתום יחידת הזמן בה הוא נפטר, סכום כסף D. (סכום הכסף נקרא **"הטבת מות"**). בתחילת שנת הפוליסה הראשונה יש הוצאה בגובה $e_0(P)$, בתחילת כל שנת פוליסה אחרת יש הוצאה בגובה e(P) , בעת תשלום הטבת מוות יש הוצאה בגובה e(D).

$$(n=\omega\ ,k=1,2,\ldots,\quad P_k=P,\ D_k=D,\ S_k=0)$$

הצגת משוואת הערך בביטוח לכל החיים:

(א) ערך תזרים הפרמיות של הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה שווה ל-

$$P\cdot\sum_{k=0}^{\infty} l_{x+k}\cdot v^k$$

(ב) ערך תזרים ההטבות של כל הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה שווה ל-

$$D\cdot\sum_{k=0}^{\infty} d_{x+k}\cdot v^{k+1}$$

(ג) ערך תזרים ההוצאות של הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

$$.e_0(P)\cdot l_x+e(P)\cdot\sum_{k=1}^{\infty} l_{x+k}\cdot v^k+e(D)\cdot\sum_{k=0}^{\infty} d_{x+k}\cdot v^{k+1}$$

(ד) משוואת הערך בעת ההנפקה נתונה על ידי:

$$P\cdot\sum_{k=0}^{\infty} l_{x+k}\cdot v^{k}-e(P)\cdot\sum_{k=1}^{\infty} l_{x+k}\cdot v^{k}-e_0(P)\cdot l_x$$

$$-\ D\cdot\sum_{k=0}^{\infty} d_{x+k}\cdot v^{k+1}-e(D)\cdot\sum_{k=0}^{\infty} d_{x+k}\cdot v^{k+1}=0$$

(ה) משוואת הערך ניתנת להכתב באופן שקול בצורה הבאה:

$$(P-e_0(P))\cdot l_x+(P-e(P))\cdot\sum_{k=1}^{\infty} l_{x+k}\cdot v^{k}-(D+e(D))\cdot\sum_{k=0}^{\infty} d_{x+k}\cdot v^{k+1}=0.$$

כלומר ניתן ליחס את משוואת הערך לביטוח לכל החיים **ללא הוצאות** בו:

הפרמיה הראשונה שווה ל $P-e_0(P)$, יתר הפרמיות שוות ל- P-e(P), ההטבה שווה

ל- D+e(D).

דוגמה 2:

לקוחה בת 45 (x=45) רוכשת ביטוח לכל החיים עם הטבת מוות בגובה 10,000 ₪ (D=10,00) המשולמת בסוף שנת המוות. בתמורה משלמת הלקוחה פרמיות שנתיות שוות מראש משך חיי הפוליסה.

(א) חשב את גובה הפרמיה בהנחה שהריבית השנתית שווה ל- 6% .

(ב) חשב את הריבית השנתית אם ידוע שערך הפרמיה השנתית שווה ל- 150 ש"ח.

כל החישובים הם על בסיס:

תמותות: .B.L.F, **הוצאה ראשונית:** 45% מהפרמיה הראשונה, **הוצאות חידוש:** 4% מכל פרמיה החל מהפרמיה השניה, **הוצאת תשלום הטבה:** 50 ₪.

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם **"Cha2.Examples"** בגיליון בשם **"דוגמה 2"**

מטבלת התמותה B.L.F. נעתיק את $l_{45}-l_{108}$ לתאים B7-B70.

(א)

בתאים C7-C70 נציג את תזרים **הפרמיות נטו** ליחידת פרמיה מהוון לראשית.

בתא C7 נרשום: 0.55*B7*1.06^-A7=, בתא C8 נרשום: 0.96*B8*1.06^-A8= ונעתיק את התא לתאים C9-C70. בתא C6 נחשב את ערך תזרים הפרמיות נטו ליחידת פרמיה מהוון לראשית ונרשום: sum(C7:C70)= .

בתאים D7-D70 נציג את תזרים **הטבות המוות ברוטו** מהוון לראשית.

בתא D7 נרשום: 10050*(B7-B8)*1.06^-A8=, ונעתיק את התא לתאים D8-D70. בתא D6 נחשב את ערך תזרים הטבות המוות מהוון לראשית ונרשום: sum(D7:D70)= .

בתא A2 נחשב את הפרמיה הדרושה ונרשום: D6/C6=

(ב)

בתא F2 נקוב תשואה שנתית שרירותית נניח 8=, ובתא G1 נרשום 1+F2/100=.

בתאים F7-F70 נציג את תזרים **הפרמיות נטו** מהוון לראשית לפי התשואה השנתית הנתונה בתא F2.

בתא F7 נרשום: 150*0.55*B7$G$1^-A7=, בתא F8 נרשום: 0.96*150*B8*$G$1^-A8= ונעתיק את התא לתאים F9-F70. בתא F6 נחשב את ערך תזרים הפרמיות נטו ליחידת פרמיה מהוון לראשית ונרשום: sum(F7:F70)=.

בתאים G8-G70 נציג את תזרים **הטבות המוות ברוטו** מהוון לראשית לפי התשואה השנתית הנתונה בתא F2.

בתא G8 נרשום: 10050*(B7-B8$G$1^-A8=, ונעתיק את התא לתאים G9-G70. בתא G6 נחשב את ערך תזרים הטבות המוות ברוטו מהוון לראשית ונרשום: sum(G7:G70)= .

בתא G3 נציג את משוואת הערך ונרשום: G6-F6=.

על ידי שינוי ערך התשואה נוכל להגיע לערך משוואת הערך הנכון: 0 . פעולה זו ניתן לבצע בעזרת **חתירה למטרה**: **בחר תא**: F2, **לערך**: 0, **על ידי שינוי התא**: G3 ונאשר. התוצאה המופיעה ב- F2 היא התשואה המבוקשת.

ביטוח חיים זמני:

תמורת תשלום פרמיות לחברת הביטוח בגובה P, בתחילת כל יחידת זמן במרווח הגיל [x, x+n) כל עוד הלקוח חי, מתחייבת חברת הביטוח לשלם למוטבים של לקוח, בתום יחידת הזמן בה הוא נפטר סכום כסף D, וזאת אם הלקוח נפטר במרווח של n יחידות זמן הנמדדות מעת הנפקת הפוליסה. בעת תשלום הפרמיה הראשונה יש הוצאה ראשונית בגובה $e_0(P)$ בעת תשלום כל יתר הפרמיות יש הוצאת חידוש בגובה e(P), בעת תשלום הטבת מוות D יש הוצאה בגובה e(D).

הצגת משוואת הערך בביטוח חיים זמני:

(א) ערך תזרים הפרמיות של הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

$$P\cdot\sum_{k=0}^{n-1} l_{x+k}\cdot v^k$$

(ב) ערך תזרים ההטבות של כל הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

$$D\cdot\sum_{k=0}^{n-1} d_{x+k}\cdot v^{k+1}$$

(ג) ערך תזרים ההוצאות של הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

$$e_0(P)\cdot l_x+e(P)\cdot\sum_{k=1}^{n-1} l_{x+k}\cdot v^k+\ e(D)\cdot\sum_{k=0}^{n-1} d_{x+k}\cdot v^{k+1}.$$

(ד) משוואת הערך בעת ההנפקה נתונה על ידי:

$$P\cdot\sum_{k=0}^{n-1} l_{x+k}\cdot v^{k}-e_0(P)\cdot l_x\cdot - e(P)\cdot\sum_{k=1}^{n-1} l_{x+k}\cdot v^{k}$$

$$-D\cdot\sum_{k=0}^{n-1} d_{x+k}\cdot v^{k+1}-e(D)\cdot\sum_{k=0}^{n-1} d_{x+k}\cdot v^{k+1}=0$$

(ה) משוואת הערך ניתנת להכתב באופן שקול בצורה הבאה:

$$(P-e_0(P))\cdot l_x+[P-e(P)]\cdot\sum_{k=1}^{n-1} l_{x+k}\cdot v^{k}-$$

.

$$[D+e(D)]\cdot\sum_{k=1}^{n-1} d_{x+k}\cdot v^{k+1}=0$$

כלומר ניתן ליחס את משוואת הערך לביטוח זמני ללא הוצאות בו:

הפרמיה הראשונה שווה ל $P-e_0(P)$, יתר הפרמיות שוות ל- P-e(P), וההטבה שווה ל- D+e(D).

דוגמה 3:

לקוח בן 40 רוכש ביטוח חיים זמני עם הטבת מות בגובה 30,000 ש"ח המשולמת בסוף שנת המוות למשך 25 שנים. (n=25) בתמורה משלם הלקוח פרמיות שנתיות מראש משך חיי הפוליסה.

(א) חשב את גובה הפרמיה בהנחה שהריבית השנתית שווה ל- 8% והטבת המוות שווה ל- 30,000 ₪,

(ב) חשב את הריבית השנתית אם ידוע שערך הפרמיה השנתית שווה ל- 130 ש"ח, והטבת המוות שווה ל- 30,000 ₪,

(ג) חשב את הטבת המוות בהנחה שהריבית השנתית שווה ל- 7% והפרמיה השנתית שווה

ל- 150 ₪.

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: .L.M.S.M **הוצאה ראשונית**: 150 ₪, **הוצאת חידוש**: 20 ₪, החל מהפרמיה השניה,

הוצאת תשלום הטבת מוות: 100 ₪.

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם **"Cha2.Examples"** בגיליון בשם **"דוגמה 3"**

מטבלת התמותה .L.M.S.M נעתיק את $l_{40}-l_{65}$ לתאים B7-B32.

(א)

בתאים C7-C31 נציג את **תזרים הפרמיות** ליחידת פרמיה מהוון לראשית.

בתא C7 נרשום: B7*1.08^-A7=, ונעתיק את התא לתאים B8-B32. בתא B6 נחשב את ערך תזרים הפרמיות ליחידת פרמיה מהוון לראשית ונרשום: (B7:B32)sum=.

בתאים D7-D31 נציג את **תזרים הוצאות** מהוון לראשית.

בתא D7 נרשום: 150*B7*1.08^-A7= , בתא D8 נרשום: 20*B8*1.08^-A8= ונעתיק את התא לתאים D9-D31. בתא D6 נחשב את ערך תזרים ההוצאות מהוון לראשית ונרשום: sum(D7:D32)= .

בתאים E8-E32 נציג את תזרים **הטבות המוות ברוטו** מהוון לראשית.

בתא E8 נרשום: 30100*(B7-B8)*1.08^-A8=, ונעתיק את התא לתאים E9-E32. בתא E6 נחשב את ערך תזרים הטבות המוות ברוטו מהוון לראשית ונרשום: (E7:E32)sum=.

בתא C2 נחשב את הפרמיה הדרושה ונרשום: D6+E6)/C6)=

פתרון אלטרנטיבית לחלק א:

ננקוב בתא G2 בערך פרמיה שרירותית.

בתאים G7-G31 נציג את **תזרים הפרמיות נטו** של הלקוח מהוון לראשית.

בתא G7 נרשום: =(G2-150)*B7*1.08^-A7, בתא G8 נרשום:

=($G$2-20)*B8*1.08^-A8 ונעתיק את התא לתאים G9-G31. בתא G6 נחשב את ערך

תזרים ההוצאות מהוון לראשית ונרשום: =sum(G7:G32) .

בתא G3 נציג את **משוואת הערך** ונרשום: =G6-E6.

על ידי שינוי ערך התא G2 נוכל להגיע לערך הפרמיה הנכון. פעולה זו ניתן לבצע בעזרת

חתירה למטרה: **בחר תא**: G3, **לערך**: 0, **על ידי שינוי התא**: G2 ונאשר.

התוצאה המופיעה ב- G2 היא הפרמיה המבוקשת.

(ב)

בתא I2 ננקוב תשואה שנתית שרירותית נניח 8=, ובתא J1 נרשום =1+I2/100.

בתאים I7-I31 נציג את תזרים **הפרמיות נטו** מהוון לראשית לפי התשואה השנתית הנתונה בתא I2.

בתא I7 נרשום: =-20*B7*J1^-A7 . בתא I8 נרשום: : =110*B8$J$1^-A8 ונעתיק את התא לתאים I9-I31. בתא I6 נחשב את ערך התזרים נטו הפרמיות מהוון לראשית לפי התשואה השנתית השרירותית ונרשום: =sum(I7:I32).

בתאים J8-J32 נציג את תזרים **הטבות המוות ברוטו** מהוון לראשית.

בתא J8 נרשום: =30100*(B7-B8)*$J$1^-A8 ונעתיק את התא לתאים J9-J32. בתא J6 נחשב את ערך תזרים הטבות המוות ברוטו מהוון לראשית ונרשום: =sum(J8:J32) .

בתא J2 נציג את **משוואת הערך** ונרשום: =I6- J6.

על ידי שינוי ערך התשואה נוכל להגיע לערך משוואת הערך הנכון: 0 . פעולה זו ניתן לבצע בעזרת **חתירה למטרה**: **בחר תא**: J2, **לערך**: 0, **על ידי שינוי התא**: I2 ונאשר.

התוצאה המופיעה ב- I2 היא התשואה המבוקשת.

(ג)

בתא L2 ננקוב הטבת מוות שרירותית נניח 35000=.

בתאים L8-L31 נציג את תזרים **הפרמיות נטו** מהוון לראשית לפי פרמיה השווה 150 ש"ח.

בתא L9 נרשום: =130*B8*1.07^-A8 ונעתיק את התא לתאים L10-L31. בתא L6 נחשב את

ערך התזרים נטו הפרמיות מהוון לראשית ונרשום: =sum(L7:L32).

בתאים M8-M32 נציג את תזרים **הטבות המוות ברוטו** מהוון לראשית לפי הטבת המוות

הנקובה בתא L2.

בתא M8 נרשום: =($L$2+100)*(B&-B8)*1.07^-A8ונעתיק את התא לתאים M9-M32.

בתא M6 נחשב את ערך תזרים הטבות המוות ברוטו מהוון לראשית ונרשום: =sum(M8:M32)
.
בתא M1 נציג את **משוואת הערך** ונרשום =L6-M6.

על ידי שינוי ערך הטבת המוות נוכל להגיע לערך משוואת הערך הנכון: 0 . פעולה זו ניתן לבצע

בעזרת **חתירה למטרה**: **בחר תא**: M1, **לערך**: 0, **על ידי שינוי התא**: L2 ונאשר.

התוצאה המופיעה ב- L2 היא התשואה המבוקשת.

ביטוח חיים מעורב :

תמורת תשלום פרמיות לחברת הביטוח בגובה P, בתחילת כל יחידת זמן במרווח הזמן [x, x+n)

כל עוד הלקוח חי, מתחייבת חברת הביטוח לשלם למוטבים של לקוח, בתום יחידת הזמן בה הוא

נפטר סכום כסף D (**הטבת מוות**), וזאת אם הלקוח נפטר במרווח של n יחידות זמן הנמדדות

מעת הנפקת הפוליסה. במידה והלקוח ישרוד עד גיל x+n, מתחיבת חברת הביטוח לשלם ללקוח

סכום כסף בגובה S בזמן x+n (**הטבת שרידות**). בעת תשלום הפרמיה הראשונה יש הוצאה

ראשונית בגובה $e_0(P)$, בעת תשלום כל יתר הפרמיות יש הוצאת חידוש בגובה e(P), בעת

תשלום הטבת מוות D יש הוצאה בגובה e(D), ובעת תשלום הטבת השרידות הוצאה בגובה

e(S).

הצגת משוואת הערך בביטוח חיים מעורב:

(א) ערך תזרים הפרמיות של הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

$$P\cdot\sum_{k=0}^{n-1} l_{x+k}\cdot v^{k}$$

(ב) ערך תזרים ההטבות של כל הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

$$D\cdot\sum_{k=0}^{n-1} d_{x+k}\cdot v^{k+1}+l_{x+n}\cdot v^{n}\cdot S$$

(ג) ערך תזרים ההוצאות של הלקוחות, מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

$$e_0(P)\cdot l_x+e(P)\cdot\sum_{k=1}^{n-1} l_{x+k}\cdot v^{k}+$$

$$e(D)\cdot\sum_{k=0}^{n-1} d_{x+k}\cdot v^{k+1}+e(S)\cdot l_{x+n}\cdot v^{n}$$

(ד) משוואת הערך בעת ההנפקה נתונה על ידי:

$$P\cdot\sum_{k=0}^{n-1} l_{x+k}\cdot v^{k}-e_0(P)\cdot l_x-e(P)\cdot\sum_{k=1}^{n-1} l_{x+k}\cdot v^{k}$$

$$-D\cdot\sum_{k=0}^{n-1} d_{x+k}\cdot v^{k+1}-e(D)\cdot\sum_{k=0}^{n-1} d_{x+k}\cdot v^{k+1}-$$

$$-S\cdot l_{x+n}\cdot v^{n}-e(S)\cdot l_{x+n}\cdot v^{n}=0$$

(ה) משוואת הערך ניתנת להכתב בצורה הבאה:

$$(P-e_0(P))\cdot l_x+(P-e(P))\cdot\sum_{k=1}^{n-1} l_{x+k}\cdot v^{k}-$$

$$(D+e(D))\cdot\sum_{k=0}^{n-1} d_{x+k}\cdot v^{k+1}-(S+e(S))\cdot l_{x+n}\cdot v^{n}=0$$

כלומר ניתן ליחס את משוואת הערך לביטוח מעורב **ללא הוצאות** בו:

הפרמיה הראשונה שווה ל -P $e_0(P)$ -, יתר הפרמיות שוות ל- P-e(P), הטבת המוות

שווה ל- D+e(D), והטבת השרידות שווה ל- S+e(S).

דוגמה 4:

לקוח בן 50 רוכש ביטוח חיים מעורב ל- 15 שנים, ובתמורה משלם הלקוח פרמיות שנתיות

מראש משך חיי הפוליסה.

(א) חשב את גובה הפרמיה בהנחה שהריבית השנתית שווה ל- 5.5% , הטבת המוות שווה

ל- 10,000 ₪, והטבת פירעון השווה ל- 15,000 ש"ח.

(ב) חשב את הריבית השנתית אם ידוע שערך הפרמיה השנתית שווה ל- 680 ש"ח, הטבת

המוות שווה ל- 10,000 ש"ח, והטבת פירעון השווה ל- 15,000 ₪,

(ג) חשב את הטבת המוות בהנחה שהריבית השנתית שווה ל- 6% ופרמיה השנתית שווה

ל- 650 ₪, והטבת פירעון השווה ל- 15,000 ₪,

(ד) חשב את הטבת הפירעון בהנחה שהריבית השנתית שווה ל- 5% הפרמיה השנתית שווה

ל- 700 ₪, והטבת המוות שווה ל- 10,000 ש"ח.

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: A1967-70, **הוצאה ראשונית:** 100 ש"ח בתוספת 25% מערך הפרמיה הראשונה,

הוצאה חידוש: 10 ש"ח בתוספת 4% מערך הפרמיה, החל מהפרמיה השניה.

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם **"Cha2.Examples"** בגיליון בשם **"דוגמה4 "**

מטבלת התמותה A1967-70 נעתיק את $l_{50}-l_{65}$ לתאים B7-B22.

(א)

בתא B1 ננקוב פרמיה שנתית שרירותית נניח 180=.

בתאים C7-C22 נציג את תזרים **הפרמיות נטו** מהוון לראשית.

בתא C7 נרשום: 0.75*B1-100)*B7*1.055^-A7)=, בתא C8 נרשום:

0.96*$B$1-10)*B8*1.055^-A8)= ונעתיק את התא לתאים C9-C22.

בתא C6 נחשב את ערך תזרים הפרמיות נטו מהוון לראשית ונרשום: (sum(C7:C22=.

בתאים D8-D22 נציג את תזרים **הטבות המוות** מהוון לראשית.

בתא D8 נרשום: 10000*(B7-B8)*1.055^-A8= ונעתיק את התא לתאים D9-D22.

בתא D6 נחשב את ערך תזרים הטבות המוות מהוון לראשית ונרשום: (sum(D8:D22= .

בתא E6 נחשב את ערך תזרים **הטבת הפירעון** מהוון לראשית.

נרשום: 15000*B22*1.055^-A22= .

בתא C1 נציג את **משוואת הערך** ונרשום: C6-D6-E6=.

על ידי שינוי ערך הפרמיה נוכל להגיע לערך משוואת הערך הנכון: 0 . פעולה זו ניתן לבצע בעזרת **חתירה למטרה**: **בחר תא**: C1, **לערך**: 0, **על ידי שינוי התא**: B1 ונאשר.

התוצאה המופיעה ב- B1 היא הפרמיה המבוקשת.

חישוב אלטרנטיבי של חלק א:

בתאים G7-G21 נציג את **תזרים הפרמיות נטו** ליחידת פרמיה מהוון לראשית.

בתא G7 נרשום: 0.75*B7*1.055^-A7=,בתא G8 נרשום: 0.96*G8*1.055^-A8=. את התא G8 נעתיק לתאים G9-G21. בתא G6 נציג את ערך תזרים הפרמיות נטו ונרשום: (sum(G7:G22= .

בתאים H7-H21 נציג את תזרים **ההוצאות השקליות** מהוון לראשית.

בתא H7 נרשום: 100*B7*1.055^-A7=, בתא H8 נרשום: 10*B8*1.055^-A8=.

את התא H8 נעתיק לתאים H9-H21.

בתא H6 נציג את ערך תזרים ההוצאות השקליות ונרשום:(sum(H7:H22= .

בתא H1 נציג את גובה הפרמיה ונרשום: H6+E6+D6)/G6)=.

(ב)

בתא J2 ננקוב תשואה שנתית שרירותית נניח 8=, ובתא K1 נרשום: 1+J2/100=.

בתאים J7-J21 נציג את **תזרים הפרמיות נטו** מהוון לראשית.

בתא J7 נרשום: B7*K1^-A7*(0.75*680-100*0)=, בתא J8 נרשום:

B8*$K$1^-A8*(0.96*680-10)= ונעתיק את התא לתאים J9-J21.

בתא J6 נחשב את ערך תזרים הפרמיות מהוון לראשית ונרשום: (sum(J7:J22=.

בתאים K8-K22 נציג את **תזרים הטבות המוות** מהוון לראשית.

בתא K8 נרשום: 10000*(B7-B7)*$K$1^-A8= ונעתיק את התא לתאים K9-K22.

בתא K6 נחשב את ערך תזרים הטבות המוות מהוון לראשית ונרשום: (sum(K7:K22= .

בתא L6 נחשב את ערך תזרים הטבת הפירעון מהוון לראשית ונרשום:

15000*B22*K1^-A22=.

בתא L1 נציג את **משוואת הערך** ונרשום: J6-K6-L6=.

על ידי שינוי ערך הפרמיה נוכל להגיע לערך משוואת הערך הנכון: 0 . פעולה זו ניתן לבצע

בעזרת **חתירה למטרה**: **בחר תא**: L1, **לערך**: 0, **על ידי שינוי התא**: J2 ונאשר.

התוצאה המופיעה ב- J2 היא התשואה המבוקשת.

(ג)

בתא O1 ננקוב בהטבת מוות שרירותית נניח 6000=.

בתאים N7-N21 נציג את **תזרים הפרמיות נטו** מהוון לראשית.

בתא N7 נרשום: B7*1.06^-A7*(0.75*650-100*0)=, בתא N8 נרשום:

A8-^B8.06*(0.96*650-10)= ונעתיק את התא לתאים N9-N21.

בתא N6 נחשב את ערך תזרים הפרמיות מהוון לראשית ונרשום: (sum(N7:N22=.

בתאים O8-O22 נציג את תזרים **הטבות המוות** מהוון לראשית.

בתא O8 נרשום: A8-^1.06 *(B7-B8)*$O$1= ונעתיק את התא לתאים O9-O22. בתא O6 נחשב את ערך תזרים הטבות המוות מהוון לראשית ונרשום: (sum(O7:O22= .

בתא P6 נחשב את ערך תזרים **הטבת הפירעון** מהוון לראשית ונרשום:

A22-^15000*B22*1.06=.

בתא P1 נציג את **משוואת הערך** ונרשום: N6-O6-P6= .

על ידי שינוי ערך הפרמיה נוכל להגיע לערך משוואת הערך הנכון: 0 .פעולה זו ניתן לבצע בעזרת **חתירה למטרה**: **בחר תא**: 1P, **לערך**: 0, **על ידי שינוי התא**: O1 ונאשר.

התוצאה המופיעה ב- O1 היא הטבת המוות המבוקשת.

(ד)

בתא S1 ננקוב הטבת פירעון שרירותית נניח 6000=.

בתאים R7-R21 נציג את **תזרים הפרמיות נטו** מהוון לראשית.

בתא R7 נרשום: A7-^B7*1.05*(0.75*700-100)=, בתא R8 נרשום:

A8-^B8.05*(0.96*700-10)= ונעתיק את התא לתאים R9-21. בתא R6 נחשב את ערך תזרים הפרמיות מהוון לראשית ונרשום: (sum(R7:R22=.

בתאים S8-22 נציג את **תזרים הטבות המוות** מהוון לראשית.

בתא S8 נרשום: a8-^1.05 *(B7-B8)*10000 ונעתיק את התא לתאים S9-S22. בתא S6 נחשב את ערך תזרים הטבות המוות מהוון לראשית ונרשום: (sum(S7:S22= .

בתא T6 נחשב את ערך תזרים **הטבת הפירעון** מהוון לראשית ונרשום:

A22-^S1*B22*1.05=.

בתא T1 נציג את **משוואת הערך** ונרשום: R6-S6-T6=.

על ידי שינוי ערך הפרמיה נוכל להגיע לערך משוואת הערך הנכון: 0 . פעולה זו ניתן לבצע

בעזרת **חתירה למטרה**: **בחר תא**: T1, **לערך**: 0, **על ידי שינוי התא**: S1 ונאשר.

התוצאה המופיעה ב- S1 היא הטבת הפירעון המבוקשת.

דוגמה 5:

לקוח בן 30 רוכש פוליסת ביטוח ל- 30 שנה לפי הפרוט הבא:

אם הלקוח נפטר בשנת הפוליסה (k-1, k] יקבלו המוטבים שלו בסוף שנת המוות

הטבת מוות בגובה $35{,}000 \cdot 1.02^{k-1}$ ₪, $k=1,\ldots,30$.

אם הלקוח מגיע לגיל 60 הוא יקבל **הטבת פירעון** (**הטבת שרידות**) בגובה 64,000 ₪.

בתמורה משלם הלקוח **פרמיות שנתיות** מידי תחילת כל שנת פוליסה במרווח הגיל [30,60)

או עד מוות מוקדם. בגיל 30+k ישלם הלקוח פרמיה בגובה $P+10\cdot k$, ש"ח, $k=0,\ldots,29$.

חשב את P.

P מחושבת על בסיס:

תמותה: A1967-70, **ריבית:** 4%, **הוצאה ראשונה**: 100 ₪ בתוספת 25% מהפרמיה

הראשונה, **הוצאת חידוש**: פרמיה: 15 ₪ בתוספת 6% מכל פרמיה החל מהפרמיה השניה,

הוצאת תשלום הטבת מוות: 400 ₪, **הוצאת תשלום הטבת פרעון**: 300 ₪.

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם **"Cha2.Examples"** בגיליון בשם **"דוגמה 5"**

שלב א:

ראשית נציג את טבלת התמותה לה חשופים הלקוחות שרכשו את הפוליסה. מטבלת

התמותה A1967-70 נעתיק את $l_{30}-l_{60}$ לתאים B7-B37. .

שלב ב:

בתא A1 ננקוב ערך שרירותי של P, נניח 1,000, ונרשום בתא A1: 1,000= (בגיליון האקסל לא נראה 1,000 אלא את הערך הנכון של P)

שלב ג:

בתאים C7-C36 נציג את ערך **תוספות הפרמיות**. (את $(10 \cdot k$

בתא C7 נרשום: 10*(A7-30)= ונעתיק את התא לתאים C8-C36.

שלב ד:

בתאים D7-D36 נציג את **ערכי הפרמיות** ביחס לפרמיה השרירותית P. בתא D7 נרשום: ‎=$A$1+C7‎ ונעתיק אותו לתאים D8-D36.

שלב ה:

בתאים E7-E36 נציג את תזרים **הפרמיות נטו** , ביחס ל- P, מהוון לעת ההנפקה.

בתא E7 נרשום: ‎=(0.75*C7-100)*B7*1.04^-A7‎, ובתא D8 נרשום:

‎=(0.94*E8-15)*B8*1.04^-A8‎ ונעתיק את התא לתאים D9-D36. בתא D6 נחשב את ערך תזרים הפרמיות מהוון לראשית ונרשום: ‎=sum(D7:D36)‎ .

שלב ו:

בתאים F8-F37 נציג את ערך **הטבות המוות**.

בתא F8 נרשום: ‎=35,000*1.02^(A8-31)‎ ונעתיק את התא לתאים F9-F37.

שלב ז:

בתאים G8-G37 נציג את תזרים **ההטבות ברוטו** מהוון לעת ההנפקה.

בתא G8 נרשום: ‎= (F8+400)*(B7-B8)* 1.04^-A8‎ ונעתיק את התא לתאים G9-G36.

בתא G37 נרשום:

‎= (F37+400)*(B36-B37)* 1.04^-A37 +64,300* B37*1.04^-A37‎

בתא G6 נחשב את ערך תזרים הטבות מהוון לראשית ונרשום: =sum(G8:G37) .

בתא B1 נציג את **משוואת הערך** ונרשום: E6-G6 =.

על ידי שינוי ערך P נוכל להגיע לערך משוואת הערך הנכון: 0 . פעולה זו ניתן לבצע בעזרת

חתירה למטרה: **בחר תא**: B1, **לערך**: 0, **על ידי שינוי התא**: A1 ונאשר.

התוצאה המופיעה ב- A1 הוא ערך P המבוקש.

אלטרנטיבית:

בתאים I7-I36 נציג את **תזרים הפרמיות נטו** מהוון לעת ההנפקה עבור P=1 ללא הערך

השיקלי (השווה ל- $10 \cdot k$).

בתא I7 נרשום: =0.75*B7*1.04^(-A7), בתא I8 נרשום: =0.94*B8*1.04^(-A8). את

התא I8 נעתיק לתאים I9-I36. בתא I6 נחשב את ערך התזרים ונרשום: =sum(I7:I36).

בתאים J7-J36 נציג את תזרים **החלק השיקלי** של **הפרמיות נטו** מהוון לעת ההנפקה.

בתא J7 נרשום: =(0.75*C7-100) *1.04^(-A7) , בתא J8 נרשום:

=(0.94*C7-15) *1.04^(-A8) ונעתיק אותו לתאים J9-J36. בתא J6 נחשב את ערך

התזרים ונרשום: =sum(J7:J36).

בתא I1 נציג את ערכו של P ונרשום: =(G6-J6)/I6.

דוגמה 6:

בעל הוא בן 30 ואשתו היא בת 25 רוכשים את הטבה הבאה:

אם הבעל נפטר לפי אשתו תקבל אשתו בסוף שנת מותו של הבעל הטבה בגובה 100,000 ₪.

חשב את ערך ההטבה הממוצעת לבעל בעת ההנפקה.

ההטבה מחושבת על בסיס:

תמותה: גברים ונשים A1967-70, **ריבית**: שנתית 6%.

הנח אי תלות בין אורכי החיים של הבעל והאישה.

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם **"Cha2.Examples"** בגיליון בשם **"דוגמה 6"**

תהיי $\{l^m_{30+k}, k=0,1,\ldots\}$ טבלת התמותה של הבעל, תהי $\{l^f_{25+k}, k=0,1,\ldots\}$ טבלת

התמותה של האישה, ויהי $d^m_{30+k} = l^m_{30+k} - l^m_{30+k+1}$ עבור $k=0,1,\ldots$.

ההסתברות שהבעל נפטר במרווח הגיל [30+k, 30+k+1) שווה ל:

$$\frac{d^m_{30+k}}{l^m_{30}}$$

ההסתברות שהאשה תשרוד את גיל 25+k+1 שווה ל:

$$\frac{l^f_{25+k+1}}{l^f_{25}}$$

לכן, בשל אי-התלות בין אורכי החיים של הבעל והאשה, ההסתברות שהבעל נפטר במרווח הגיל

[30+k, 30+k+1) ואשתו תשרוד עד גיל 25+k+1 , $k=0,1,\ldots$, שווה ל:

$$\frac{d^m_{30+k}}{l^m_{30}} \cdot \frac{l^f_{25+k+1}}{l^f_{25}}.$$

לכן ערך ההטבה הממוצעת לבעל מחושבת בעת ההנפקה שווה ל:

$$100{,}000 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d^m_{30+k}}{l^m_{30}} \cdot \frac{l^f_{25+k+1}}{l^f_{25}} \cdot v^{k+1}$$

שיקול אלטרנטיבי:

בלי הגבלת הכלליות נניח שמספר ההתחלתי של גברים שרכשו את הביטוח שווה ל- l_{30}^{m}.

יהי $k = 0,1,\ldots$

(א) המספר הממוצע של הבעלים שנפטרו במרווח הגיל (30+k, 30+k+1] שווה ל:

$$d_{30+k}^{m},$$

(ב) המספר הממוצע של אלמנות הגברים שתוארו ב- (א) ששרדו את הגיל 25+k+1 שווה ל:

$$d_{30+k}^{m} \cdot \frac{l_{25+k+1}^{f}}{l_{25}^{f}},$$

(ג) שווי ההטבות ששולמו בזמן k+1 (יחסית לזמן ההנפקה) לאלמנות שתוארו ב- (ב)

מהוון לעת ההנפקה שווה ל:

$$100{,}000 \cdot d_{30+k}^{m} \cdot \frac{l_{25+k+1}^{f}}{l_{25}^{f}} \cdot v^{k+1},$$

(ד) לכן שווי ההטבה המבוקשת לכל הבעלים שרכשו את הביטוח מהוונת לעת ההנפקה

שווה ל:

$$100{,}000 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d_{30+k}^{m}}{l_{30}^{m}} . l_{25+k+1}^{f} \cdot v^{k+1}$$

(ה) לכן שווי ההטבה הממוצעת של בעל מחושבת בעת ההנפקה שווה ל:

$$100{,}000 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d_{30+k}^{m}}{l_{30}^{m}} \cdot \frac{l_{25+k+1}^{f}}{l_{25}^{f}} \cdot v^{k+1}.$$

חישוב ההטבה:

בעמודות B ו C נציג את טבלאות התמותה של הבעל והאישה בהתאמה, ובתא B1 את הריבית המתאימה.

בעמודה D נציג את תזרים ההטבה ל- 1 ₪ של הטבה.

בתא D8 נרשום: =(B7-B8)*C8*$B$1^-A8 ונעתיק את התא לתאים D9-D93. בתא D6 נציג את ערך התזרים ונרשום: =sum(D8:D93)..

בתא D1 נציג את ערך ההטבה בעת ההנפקה ונרשום: =100,000*D6/(B7*C7).

דוגמה 7:

לקוח בן 30 רוכש את ההטבה הבאה: אם הלקוח נפטר במרווח הגיל [30, 65) יקבלו המוטבים שלו בסוף שנת מותו 50,000 ₪.

יהי **X** משתנה מיקרי המתאר את ערכי ההטבה מהוונים לעת ההנפקה.

(א) חשב את ערכי המ.מ. X,

(ב) חשב את ההסתברויות המתאימות לערכי המ.מ. X,

(ג) חשב את התוחלת של המ.מ. X (הערך הממוצע של ההטבה מחושב בעת ההנפקה),

(ד) חשב את סטית התקן של המ.מ. X.

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: A1967-70, **ריבית**: שנתית 5%.

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם **"Cha2.Examples"** בגיליון בשם **"דוגמה 7"**

בתאים B7-B42 נציג את טבלת התמותה המתאימה ובתא B1 נציג את הריבית המתאימה.

(א)

בתאים C8-C42 נציג את ערכי המ.מ. X .

אם הלקוח נפטר במרווח הגיל (30+k-1, 30+k] יקבלו המוטבים בזמן k+1 (יחסית לגיל ההנפקה)

50,000 ₪ לכן ערך המ.מ. X המתאים למרווח הגיל (30+k-1, 30+k] שווה ל: $50{,}000 \cdot v^{k+1}$

לכן: בתא C8 נרשום: 50,000*$B$1^(30-A8)= ונעתיק את התא לתאים C9-C42.

(ב)

בתאים D8-D42 נציג את הסתברויות המ.מ. X.

ההסתברות לקבל את ערך המ.מ. X המתאים למרווח הגיל (30+k-1, 30+k] שווה ל:

$\frac{d_{30+k}}{l_{30}}$. לכן בתא D8 נרשום: (B7-B8)/$B$7= ונעתיק את התא לתאים D9-D42.

(ג)

בתא E6 נציג את תוחלת המ.מ. X (את ערך הטבת המוות מחושבת בעת ההנפקה).

בתא E8 נרשום: C8*D8= ונעתיק את התא לתאים E9-E42. בתא E6 נציג את תוחלת המ.מ X ונרשום: sum(E8:E42)=.

(ד)

בתא F6 נציג את סטית התקן של המ.מ. X .

בתא E8נרשום: D8*(C8-$E$6)^2= ונעתיק את התא לתאים F9-F42. בתא F6 נציג את סטית התקן של המ.מ X ונרשום: sum(F8:F42)^0.5=.

דוגמה 8:

לבעל בן 40 ולאשתו בת ה-37 מציעה חברת ביטוח את ההטבות הבאות:

הטבה A:

בסוף שנת מותו של הראשון מבני הזוג תשולם הטבה בגובה של 150,000 ₪,

הטבה B:

בסוף שנת מותו של בן הזוג ששרד תשולם למוטבים של בני הזוג הטבה בגובה

100,000 ₪.

יהי **X** מ.מ. המתאר את ערכי ההטבה A מהוונים לעת ההנפקה, ויהי **Y** מ.מ. המתאר את ערכי ההטבה B מהוונים לעת ההנפקה.

(א) חשב את התוחלת של המ.מ. X,

(ב) חשב את סטית התקן של המ.מ. X,

(ג) חשב את התוחלת של המ.מ. Y,

(ד) חשב את סטית התקן של המ.מ. Y,

(ה) חשב את השונות המשותפת של המ.מ.י"ם X ו Y,

(ו) חשב את מקדם המתאם של זוג המ.מ.י"ם X ו Y .

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: בעל: L.M.S.M, אישה: L.M.S.F, **ריבית**: שנתית 7%.

הנח שאורכי החיים של בני הזוג הם מ.מ.י"ם בלתי תלויים.

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם **"Cha2.Examples"** בגיליון בשם **"דוגמה 8"**

בלי הגבלת הכלליות נניח שבת הזוג בת 40 אך חשופה לטבלת התמותה L.M.S.F בהפחתה של שלוש שנים.

בתאים B7-C61 נציג את טבלאות התמותה של בן הזוג ובת הזוג בהתאמה.

תהי **T(1)** תחילת השנה העוקבת בה נפטר בן הזוג, ותהי **T(2)** תחילת השנה העוקבת בה נפטרה בת הזוג.

(א) ו **(ב)**

אם בן הזוג הראשון נפטר במרווח הגיל [40+k, 40+k+1) אז ערך המ.מ. X המתאים

שווה ל- $150,000 \cdot v^{k+1}$ ₪, $k = 0,1, \ldots$. בתאים E8-E61 נציג את ערכי המ.מ. X בהתאמה.

ההסתברות שההטבה A תשלום בסוף מרווח הגיל [40+k, 40+k+1) היא סכום שלוש ההסתברויות הבאות:

(a) בן הזוג נפטר במרווח [40+k, 40+k+1) ובת הזוג שרדה עד גיל 40+k+1

עבור k=0 ההסתברות שווה ל: $\frac{C8}{C7} \cdot \frac{B7 - B8}{B7}$,

(b) בת הזוג נפטרה במרווח [40+k, 40+k+1) ובן הזוג שרדה עד גיל 40+k+1

עבור k=0 ההסתברות שווה ל: $\frac{B8}{B7} \cdot \frac{C7 - C8}{C7}$,

(c) שני בני הזוג נפטרו במרווח [40+k, 40+k+1)

עבור k=0 ההסתברות שווה ל: $\frac{B8 - B7}{B7} \cdot \frac{C7 - C8}{C7}$.

בתאים F8-F61 נציג את ההסתברויות של ערכי המ.מ. X.

בתא G6 נקבל את תוחלת המ.מ. X (כלומר את התשובה לחלק (א)) ובתא H6 נקבל את סטית התקן של המ.מ. X (כלומר את התשובה לחלק (ב)).

חישוב אלטרנטיבי:

המ.מ. X שווה למ.מ. $150,000 \cdot v^{\min[T(1), T(2)]}$ ₪.

לכן תוחלת המ.מ. X שווה לערך תזרים הטבת המוות בגובה 150,000 ₪ משולמת בסוף שנת המוות מהוונת לעת ההנפקה בביטוח לכל החיים מחשובת על בסיס:

תמותה: המתאימה למ.מ. המינימום (כלומר למ.מ. [min[T(1), T(2)), **ריבית**: שנתית 7%.

נשים לב שעבור $k=1,2,\dots$:

$$P[\min\{T(1),T(2)\}\geq k]=P[T(1)\geq k,\,T(2)\geq k]$$

בשל אי התלות בין אורכי החיים של בני הזוג (של T(1) ושל T(2)) נקבל עבור

$k=1,2,\dots$ ש:

$$P[\min\{T(1),T(2)\}\geq k]=P[T(1)\geq k,\,T(2)\geq k]=P[T(1)\geq k]\cdot P[T(2)\geq k]$$

את טבלת המינימום עם $l(40)=100{,}000$ נבנה בעמודה I. את הסתברויות התמותה

של טבלת המינימום בעמודה J בעמודה K נחשב את תוחלת המ.מ. X. החישוב

האלטרנטי של סטית התקן של המ.מ. X דומה לחישוב המקורי.

(ג) ו (ד)

אם בן הזוג השורד נפטר במרווח הגיל [40+k, 40+k+1) ערך המ.מ. Y שווה

ל- $100{,}000\cdot v^{k+1}$, עם $k=0,1,\dots$. בתאים N8-N61 נציג את ערכי המ.מ. Y בהתאמה.

ההסתברות שההטבה B תשלום בסוף מרווח הגיל [40+k, 40+k+1) היא סכום

שלוש ההסתברויות הבאות:

(a) בן הזוג נפטר במרווח [40+k, 40+k+1) ובת הזוג נפטרה ברווח [40,40+k)

הסתברות זו שווה ל: $\frac{\$C\$7-C(7+k)}{\$C\$7}\cdot\frac{B(7+k)-B(8+k)}{B7}$,

(b) בת הזוג נפטרה במרווח [40+k, 40+k+1) ובן הזוג נפטר ברווח [40,40+k)

הסתברות זו שווה ל: $\frac{\$B\$7-B(7+k)}{\$C\$7}\cdot\frac{C(7+k)-C(8+k)}{\$B\$7}$,

(c) שני בני הזוג נפטרו במרווח [40+k, 40+k+1)

הסתברות זו שווה ל: $\frac{B(7+k)-B(8+k)}{\$C\$7}\cdot\frac{C(7+k)-C(8+k)}{\$B\$7}$.

בתאים O8-O61 נציג את ההסתברויות של ערכי המ.מ. Y.

בתא P6 נקבל את תוחלת המ.מ. Y (כלומר את התשובה לחלק (ג)) ובתא Q6 נקבל את סטית התקן של המ.מ. X (כלומר את התשובה לחלק (ד)).

חישוב אלטרנטיבי:

המ.מ. Y שווה למ.מ. $100{,}000\cdot v^{\max[T(1),\,T(2)]}$ ₪.

לכן תוחלת המ.מ. Y שווה לערך תזרים הטבת המוות בגובה 100,000 ₪ משולמת בסוף שנת המוות מהוונת לעת ההנפקה בביטוח לכל החיים מחשובת על בסיס: **תמותה**: המתאימה למ.מ. המכסימום (כלומר למ.מ. צשס[T(1), T(2)]), **ריבית**: שנתית 7%.

נשים לב שעבור $k=1,2,\dots$:

$$P[\max\{T(1),T(2)\}<k]=P[T(1)<k,\ T(2)<k]$$

בשל אי התלות בין אורכי החיים של בני הזוג (של T(1) ושל T(2)) נקבל עבור $k=1,2,\dots$ ש:

$$P[\max\{T(1),T(2)\}<k]=P[T(1)<k,\ T(2)<k]=P[T(1)<k]\cdot P[T(2)<k]$$

כלומר עבור $k=1,2,\dots$ נקבל ש:

$$P[\max\{T(1),T(2)\}\ge k]=1-\{1-P[T(1)\ge k]\}\cdot\{1-P[T(2)\ge k]\}=$$

$$P[T(1)\ge k]+P[T(2)\ge k]-P[T(1)\ge k]\cdot P[T(2)\ge k]$$

את טבלת המכסימום עם $l(40)=100{,}000$ נבנה בעמודה R ואת הסתברויות התמותה של טבלת המכסימום בעמודה S. בעמודה T נחשב את תוחלת המ.מ. Y. החישוב

האלטרנטי של סטית התקן של המ.מ. Y דומה לחישוב המקורי.

(ה)

ראשית נשים לב ש:

$$EX\cdot Y = 15\cdot 10^{9}\cdot \sum_{r=1}^{\infty}\ \sum_{k=r}^{\infty} P[\min(T(1),T(2))=r, \max(T(1),T(2))=k]\cdot v^{r+k} =$$

$$15\cdot 10^{9}\cdot \sum_{r=1}^{\infty}\ \sum_{k=r}^{\infty} P[T(1)=r, T(2)=k]\cdot v^{r+k} + 15\cdot 10^{9}\cdot \sum_{r=1}^{\infty}\ \sum_{k=r}^{\infty} P[T(2)=r, T(1)=k]\cdot v^{r+k}$$

בשל אי התלות בין אורכי החיים של בני הזוג (של T(1) ושל T(2)) נקבל ש:

$$EX\cdot Y = 15\cdot 10^{9}\cdot \sum_{r=1}^{\infty} \{ \sum_{k=r}^{\infty} P[T(1)=k]\cdot v^{k}\}\cdot P[T(2)=r]\cdot v^{r} +$$

$$15\cdot 10^{9}\cdot \sum_{r=1}^{\infty} \{ \sum_{k=r}^{\infty} P[T(2)=k]\cdot vk\}\cdot P[T(1)=r]\cdot v^{r} \equiv I + II$$

חישוב EXY -EXEY

בעמודה W נחשב עבור $k=1,2,\ldots$ את ערכי $100{,}000\cdot P[T(1)=k)]\cdot v^{k}$

בעמודה X נחשב עבור $r=1,2,\ldots$ את ערכי $\sum_{k=r}^{\infty} 100{,}000\cdot P[T(1)=k)]\cdot v^{k}$

בעמודה Y נחשב עבור $r=1,2,\ldots$ את ערכי:

$$150{,}000\cdot\{ \sum_{k=r}^{\infty} 100{,}000\cdot P[T(1)=k)]\cdot v^{k}\}\cdot P[T(2)=r)]\cdot v^{r}$$

בתא Y7 נקבל את ערכו של I (המחובר הראשון בחישוב EXY)

בעמודה Z נחשב עבור $k=1,2,\ldots$ את ערכי $100{,}000\cdot P[T(2)=k)]\cdot v^{k}$

בעמודה AA נחשב עבור $r=1,2,\ldots$ את ערכי $\sum_{k=r}^{\infty} 100{,}000\cdot P[T(2)=k)]\cdot v^{k}$

בעמודה AB נחשב עבור $r=1,2,\ldots$ את ערכי:

$$150{,}000\cdot\{\sum_{k=r}^{\infty} 100{,}000\cdot P[T(2)=k)]\cdot v^{k}\}\cdot P[T(1)=r)]\cdot v^{r}$$

בתא AB7 נקבל את ערכו של II (המחובר השני בחישוב EXY)

בתא X2 נקבל את ערך השונות המשותפת של המ.מ.י"ם X ו Y.

(ו)

בתא Y2 נקבל את מקדם המתאם של המ.מ.י"ם X ו Y.

דוגמה 9:

בעל בן 38 ואשתו בת 40 משלמים פרמיות שנתיות שוות מראש מסוף שנת מותו של הראשון מבני הזוג ועד לשנה בה נפטר בן הזוג השורד. בתמורה מקבלים המוטבים של בן הזוג השורד בסוף שנת מותו של בן הזוג השורד 75,000 ₪.

חשב את הפרמיה השנתית שמשלם בן הזוג השורד

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: בעל ואישה E.L.T., **ריבית**: שנתית 6.5%.

הנח שאורכי החיים של בני הזוג הם מ.מ.י"ם בלתי תלויים.

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם **"Cha2.Examples"** בגיליון בשם **"דוגמה 9"**

בלי הגבלת הכלליות נניח שבת הזוג בת 40 אך חשופה לטבלת התמותה E.L.T בהפחתה של שנתיים.

בתאים B7-C74 נציג את טבלאות התמותה של בן הזוג ובת הזוג בהתאמה.

תהי **T(1)** תחילת השנה העוקבת בה נפטר בן הזוג, ותהי **T(2)** תחילת השנה העוקבת בה נפטרה בת הזוג. יהי **T[1]** =min[T(1),T(2)] ו **T[2]** =max{T(1),T(2)]

המוטבים של בן הזוג השורד מקבלים כהטבה את תוחלת המ.מ. $75{,}000 \cdot v^{T[2]}$.

שווי הטבת המוות המשולמת בסוף שנת המוות בביטוח לכל החיים המחושב על בסיס: **תמותה**: המתאימה למ.מ. T[2] (כלומר תמותה המתאימה למשתנה המכסימום) **ריבית**: 6.5% שווה להטבה שמקבלים המוטבים של בן הזוג השורד.

בעמודה E נחשב את טבלת התמותה המתאימה למשתנה המכסימום T[2] כאשר $l_{40} = 100{,}000$.

בתא H6 נחשב את שווי הטבת המוות המתאימה לביטוח לכל החיים הנתון ונקבל בתא H6 את ההטבה שמקבלים המוטבים של בן הזוג השורד.

הפרמיות השנתיות משולמות במרווח המיקרי [T[1], T[2]-1]. לכן תוחלת הערך של הפרמיות המשולמות בגובה 1 ₪ מהוונות לעת ההנפקה שווה להפרש שתי תוחלות הערכים הבאים:

תוחלת ערך הפרמיות בגובה 1 ₪ המשולמות במרווח [0, T[2]-1] (כלומר ערך הפרמיות בגובה 1 ₪ המשולמות בביטוח לכל החיים המחושב על בסיס: **תמותה**: המתאימה למ.מ. T[2] , **ריבית**: 6.5%). אותו נחשב בתא G6

תוחלת ערך הפרמיות בגובה 1 ₪ המשולמות במרווח [0, T[1]-1] (כלומר ערך הפרמיות בגובה 1 ₪ המשולמות בביטוח לכל החיים המחושב על בסיס: **תמותה**: המתאימה למ.מ. T[1] , **ריבית**: 6.5%). אותו נחשב בתא F6.

את תוחלת ערך הפרמיות המשולמות בגובה 1 ₪ מהוונות לעת ההנפקה נציג בתא G1.

את הפרמיה המבוקשת נחשב בתא H1.

נתיחס עתה למושג **שונות וסטית התקן של רווח\הפסד של פוליסה**. ראשית נציג כמה סימונים והערות ואחר כך נציג כמה דוגמאות חישוביות.

סימונים:

(א) יהי **T** מ.מ. המתאר את שארית אורך חיי הלקוח מעת הנפקת הפוליסה,

(ב) יהי **K=[T]** הערך השלם של T: המספר השלם הגדול ביותר הקטן מ- T (אם T=3.2 אז K=3, אם T=0.9 אז K=0),

(ג) **E** מסמן את אופרטור התוחלת.

הערות:

(א) K מציין את מספר יחידות הזמן השלמות שחי הלקוח מאז הנפקת הפוליסהבה נפטר הלקוח,

(ב) עבור $r=0,1$ ההסתברות ש K=r נתונה על ידי: $\frac{l_{50+r}-l_{51+r}}{l_{50}}$,

(ג) עבור כל מספר טבעי n נקבל בעזרת נוסחת טור גיאומטרי סופי ש:

$$\sum_{r=0}^{n-1} v^r = \frac{1-v^n}{1-v}, \quad \sum_{r=1}^{n} v^r = \frac{1-v^n}{i}$$

דוגמה 10:

לקוח בן 50 רוכש ביטוח לכל החיים בסכום מובטח השווה ל- 100,000 ₪ ומשולם בסוף שנת המוות. בתמורה משלם הלקוח פרמיות שנתיות שוות מראש בגובה **P** משך חיי הפוליסה.

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: AM92, **ריבית**: שנתית 6%.

ראשית נחשב בגיליון בשם דוגמה 10 בתא D2 את P.

נשים לב:

(א) שערך תזרים הפרמיות המיקרי מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

$$P \cdot \sum_{r=0}^{K} v^{r} = P \cdot \frac{1-v^{K+1}}{1-v},$$

(ב) שערך תזרים הטבת המוות המיקרי מחושב בעת ההנפקה שווה ל- $100{,}000 \cdot v^{K+1}$,

לכן **ערך הרווח\הפסד המיקרי** של חברת הביטוח מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

ערך תזרים הפרמיות המיקרי מחושב בעת ההנפקה **פחות** ערך תזרים הטבת המוות המיקרי מחושב בעת ההנפקה.

יהי $C = \frac{P}{1-v} + 100{,}000$ אזן **ערך הרווח\הפסד המיקרי** שווה ל:

$$P \cdot \frac{1-v^{K+1}}{1-v} - 100{,}000 \cdot v^{K+1} = \frac{P}{1-v} - C \cdot v^{K+1}.$$

עתה ניתן לחשב את שונות **הרווח\הפסד המיקרי**:

$$\operatorname{var}[\frac{P}{1-v} - C \cdot v^{K+1}] = \operatorname{var}[C \cdot v^{K+1}] = C^{2} \operatorname{var}[v^{K+1}] =$$

$$C^{2} \cdot [Ev^{2 \cdot (K+1)} - (Ev^{K+1})^{2}] = C^{2} \cdot (E[v^{2}]^{K+1} - [Ev^{K+1}]^{2})$$

סטית התקן של **הרווח\הפסד המיקרי** של החברה מחושב בעת ההנפקה שווה ל :

$$C \cdot \sqrt{E[v^{2}]^{K+1} - [Ev^{K+1}]^{2}}$$

נשים לב ש:

Ev^{K+1} שווה לערך תזרים הטבות המוות הממוצע ללקוח אחד בגובה 1 ₪ מחושב בעת

ההנפקה בריבית שנתית של 6%. ערך התזרים זה נתון בתא F2.

$E[v^2]^{K+1}$ שווה לערך תזרים הטבות המוות הממוצע ללקוח אחד בגובה 1 ₪ מחושב בעת

ההנפקה בריבית שנתית $2\cdot 0.06+0.06^2$ (גורם ההיוון של ריבית זו שווה ל- v^2). ריבית זו

חושבה בתא F1. ערך התזרים זה נתון בתא F3.

סטית התקן המבוקשת מחושבת בתא G6.

דוגמה 11:

לקוח בן 50 רוכש ביטוח מעורב לעשרים שנה עם הטבת מוות השווה ל- 100,000 ₪ ומשולמת

בסוף שנת המוות והטבת פרעון השווה ל- 100,000 ₪. בתמורה משלם הלקוח פרמיות שנתיות

שוות מראש בגובה **P** משך חיי הפוליסה. כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: AM92, **ריבית**: שנתית 6%.

ראשית נחשב בגיליון בשם דוגמה 11 בתא D2 את P.

יהי (**M=min(K,19**. M+1 מציין את האורך המיקרי של חיי הפוליסה.

נשים לב:

(א) שערך תזרים הפרמיות המיקרי מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

$$P\cdot\sum_{r=0}^{M} v^r \equiv \frac{P}{1-v}\cdot(1-v^{M+1}) = ,$$

$$= \begin{cases} \frac{P}{1-v}\cdot(1-v^{K+1}), & K\le 19 \\ \frac{P}{1-v}\cdot(1-v^{20}), & K>19 \end{cases}$$

$$\frac{P}{1-v}\cdot(1-v^{K+1})\cdot 1_{(K\le 19)}+\frac{P}{1-v}\cdot(1-v^{20})\cdot 1_{(K>19)}$$

(ב) שערך תזרים ההטבות המיקרי מחושב בעת ההנפקה שווה ל-

$$\begin{cases}100{,}000\cdot v^{K+1}, & K\le 19\\ 200{,}000\cdot v^{20}, & K>19\end{cases}=$$

$$100{,}000\cdot v^{K+1}\cdot 1_{(K\le 19)}+200{,}000\cdot v^{20}\cdot 1_{(K>19)}$$

הערה:

אם הטבת הפרעון שווה להטבת המוות ושתיהן שוות ל- 100,00 ש"ח אז

ערך תזרים ההטבות המיקרי מחושב בעת ההנפקה שווה ל-

$.100{,}000\cdot v^{M+1}$

לכן **ערך הרווח\הפסד המיקרי** של חברת הביטוח מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

ערך תזרים הפרמיות המיקרי מחושב בעת ההנפקה **פחות** ערך תשרים ההטבת המיקרי מחושב בעת ההנפקה.

מכאן ש**ערך הרווח\הפסד המיקרי** מחושב בעת ההנפקה נתון בנוסחה הבאה:

$$\frac{P}{1-v}\cdot(1-v^{K+1})\cdot 1_{(K\le 19)}+\frac{P}{1-v}\cdot(1-v^{20})\cdot 1_{(K>19)}-$$

$$100{,}000\cdot v^{K+1}\cdot 1_{(K\le 19)}-200{,}000\cdot v^{20}\cdot 1_{(K>19)}=$$

יהיו $C(1)=\frac{P}{1-v}+100{,}000$ ו $C(2)=\frac{P}{1-v}+200{,}000$ אזן **ערך הרווח\הפסד המיקרי** שווה ל:

$$\frac{P}{1-v}-[C(1)\cdot v^{K+1}\cdot 1_{(K\le 19)}+C(2)\cdot v^{20}\cdot 1_{(K>19)}]$$

מאחר ו $Var(a+b\cdot X)=b^2\cdot Var(X)$ אז שונות **הרווח\הפסד המיקרי** שווה ל:

$$Var[C(1)\cdot v^{K+1}\cdot 1_{(K\le 19)}+C(2)\cdot v^{20}\cdot 1_{(K>19)}]$$

$$P\cdot\sum_{r=0}^{M}v^r-100{,}000\cdot v^{M+1}=P\cdot\frac{1}{1-v}-C\cdot v^{M+1}$$

$$(C=\frac{P}{1-v}+100{,}000)$$

עתה ניתן לחשב את שונות **הרווח\הפסד המיקרי**:

$$var[P\cdot\frac{1}{1-v}-C\cdot v^{M+1}]=var[C\cdot v^{M+1}]=C^2\,var[\cdot v^{M+1}]=$$

$$C^2\cdot[Ev^{2\cdot(M+1)}-(Ev^{M+1})^2]=C^2\cdot(E[v^2]^{M+1}-[Ev^{M+1}]^2)$$

נשים לב ש:

Ev^{M+1} שווה לערך תזרים ההטבות ללקוח אחד בגובה 1 ₪ מחושב בעת ההנפקה בריבית שנתית של 6%. ערך התזרים זה מחושב בתא F2.

$E[v^2]^{K+1}$ שווה לערך תזרים ההטבות ללקוח אחד בגובה 1 ₪ מחושב בעת ההנפקה

בריבית שנתית $2 \cdot 0.06 + 0.06^2$ (גורם ההיוון של ריבית זו שווה ל- v^2). ריבית זו חושבה

בתא F1. ערך התזרים זה מחושב בתא F3.

סטית התקן המבוקשת מחושבת בתא G5.

דוגמה 12:

לקוח בן 60 רוכש קצבה שנתית בגובה P המשולמת בפיגור משך חיי הלקוח. בתמורה משלם

הלקוח בעת הנפקת הקצבה סכום חד פעמי בגובה 350,000 ₪. כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: AM92, **ריבית**: שנתית 4%.

ראשית נחשב בגיליון בשם דוגמה 12 בתא C2 את P.

ערך תזרים הקצבה המיקרי מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

$$P \cdot \sum_{r=1}^{K} v^r = \frac{P}{i} \cdot (1 - v^K),$$

(הסכום למקרה K=0 מוגדר כאפס)

לכן **ערך הרווח\הפסד המיקרי** של חברת הביטוח מחושב בעת ההנפקה שווה ל:

350,000 **פחות** ערך תזרים הקצבה המיקרי מחושב בעת ההנפקה.

מכאן ש**ערך הרווח\הפסד המיקרי** מחושב בעת ההנפקה נתון בנוסחה הבאה:

$$350{,}000 - P \cdot \sum_{r=1}^{K} v^r = 350{,}000 - \frac{P}{i} + \frac{P}{i} \cdot v^K$$

עתה ניתן לחשב את שונות **הרווח\הפסד המיקרי**:

$$var[350{,}000-\frac{P}{i}+\frac{P}{i}\cdot v^K]=var[\frac{P}{i}\cdot v^K]=(\frac{P}{i})^2\cdot var[\cdot v^K]=$$

$$(\frac{P}{i})^2\cdot[Ev^{2\cdot K}-(Ev^K)^2]=(\frac{P}{i})^2\cdot(E[v^2]^K-[Ev^K]^2)$$

Ev^K מחושב בתא D6, $E[v^2]^K$ מחושב בתא E6, וסטית התקן המבוקשת מחושבת בתא E2.

סטית התקן

-

מינוחים:

תשלום מראש: תשלום בתחילת יחידת הזמן,

תשלום בפיגור: תשלום בסוף יחידת הזמן.

הערות:

(א) הפרמיות משולמות מראש, ההטבות משולמות בפיגור.

(ב) הוצאה בגין הנפקת פוליסה (הוצאה ראשונית) או הוצאת בגין חידוש פוליסה (הוצאת חידוש) ניתן לכלול בתשלום הפרמיה על ידי **הפחתת** ההוצאה מהפרמיה המשולמת באותו זמן,

(ג) הוצאה בגין תשלום הטבה (מוות ,שרידות, קצבה) נתן לכלול בתשלום ההטבה על ידי **הוספת**

ההוצאה להטבה המשולמת באותו זמן,

(ד) לכן, אל חוזה פוליסה כללי הכולל הוצאות ניתן להתיחס כאל חוזה פוליסה כללי שאין בו תזרים הוצאות,

(אך הפרמיות וההטבות של הפוליסה עשויות להשתנות מנקודת זמן אחת לרעותה).