פרק ו: מס רווחי הון

מודל I:

אם מחיר הקניה של האג"ח במודל I (אותו נסמן ב- A) קטן ממחיר המכירה של האג"ח (אותו נסמן ב- C, $C = N \cdot R$) אז העסקה חיבת במס ריווחי הון והמס משולם בעת מכירת האג"ח. סך המס שווה להפרש בין מחיר המכירה למחיר הקניה מוכפל בשיעור מס ריווחי ההון בו חייב המשקיע (אותו נסמן ב- $t(2)$).

לכן מס רייווחי ההון המשולם בעת הפירעון שווה ל:

.t(2) max (0, C-A)

הערות:

יהי A המחיר שלקוח משלם עבור אג"ח במודל I, ותהי i התשואה שהשיג הלקוח על רכישת האג"ח.

(א)

האג"ח במודל I מיוצג על ידי שלשוה תזרימים:

תזרים תשלומי הקופון:

$n \cdot p$ תשלומים **ללקוח** כל אחד בגובה $\frac{N \cdot D}{p} \cdot [1 - t(1)]$ (p תשלומים בכל אחת מ- n יחידות הזמן),

תזרים הפירעון:

תשלום **ללקוח** בגובה $C \equiv N \cdot R$ ש"ח בזמן $n \cdot p$.

תזרים מס ריווחי הון:

תשלום על **ידי הלקוח** בגובה $t(2) \cdot \max(0, C - A)$ ש"ח בזמן $n \cdot p$.

(ב)

קיים הקשר הבא בין המחיר A לבין התשואה i ("**משוואת הערך**"):

ערך תזרים הקופון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בתוספת** ערך תזרים הפירעון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** ערך תזרים מס רייווחי הון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** המחיר A שווה לאפס

ממשוואת הערך ניתן לחלץ אחד משני המשתנים A או i אם משנהו ידוע. נדגים זאת בהמשך בדוגמאות 1-4.

(ג)

משקיע המעונין לדעת מהי התשואה שישיג ברכישת אג"ח במחיר נתון מראש A צריך לפתור את משוואת הערך הבאה:

מקרה I: A<C (המשקיע **חייב** במס ריווחי הון)

ערך תזרים הקופון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בתוספת** ערך תזרים הפירעון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** ערך תזרים מס רייווחי הון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** המחיר A שווה לאפס.

מקרה II: $A \geq C$ (המשקיע **אינו חייב** במס ריווחי הון)

ערך תזרים הקופון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בתוספת** ערך תזרים הפירעון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** המחיר A שווה לאפס.

(ד)

משקיע המעונין לדעת מהו המחיר שישלם עבור רכישת האג"ח בהנחה שישיג על העיסקה תשואה נתונה מראש i. צריך לפתור את משוואת ערך הבאה:

ערך תזרים הקופון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בתוספת** ערך תזרים הפירעון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** ערך תזרים מס רייווחי הון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** המחיר A (הבלתי ידוע) שווה לאפס

בפיסקה הבאה נציג הארה וטענה לנושא תשלום מס ריווחי הון שניתן להשתמש בהן בפתרון תרגילים (אך אין הכרח בכך)

הארה:

אם התשואה שמשיג המשקיע שווה לאפס המשקיע אינו חייב במס ריווחי הון (כי המחיר ששילם גבוה מ- C). אם התשואה שמשיג המשקיע שווה לאין סוף המשקיע חייב במס ריווחי הון (כי המחיר ששילם

שווה לאפס). לכן, כפי שנראה בטענה הבאה, קיימת תשואה מסויימת אותה אנו מסמנים ב- **g** בה עובר המשקיע ממצב של אי תשלום מס ריווחי הון למצב של תשלום מס ריווחי הון.

טענה:

יהי $g \equiv \frac{D \cdot [1-t(1)]}{R}$. אם $i \le g$ המשקיע **אינו חייב** במס ריווחי הון ואם $i > g$ המשקיע **חייב** במס ריווחי הון.

הוכחה:

יהיו נתונים שני התזרימים הבאים:

תזרים I:

זמן	1	2	....	n
ערך	$i \cdot C$	$i \cdot C$		$i \cdot C + C$

תזרים II:

זמן	1	2	....	n
ערך	$g \cdot C$	$g \cdot C$		$g \cdot C + C$

נשים לב ש:

ערך תזרים **I** מחושב בזמן 0 לפי הריבית i שווה ל- C (הפקדת C ₪ בזמן אפס שווה לתשלום הריבית מידי יחידת זמן בגובה $i \cdot C$, עד זמן הפרעון n, ובזמן הפרעון n בנוסף לתשלום הריבית בגובה $i \cdot C$ תשלום סכום ההפקדה C).

ערך תזרים **II** מחושב בזמן 0 לפי הריבית i שווה למחיר שישלם משקיע הפטור ממס ריווחי הון המשיג תשואה השווה ל- i.

אם $i \le g$ ערכי תזרים **II** גדולים או שווים לערכי תזרים **I** בהתאמה,

ואם $i > g$ ערכי תזרים **I** גדולים מערכי תזרים **II** בהתאמה.

מכאן:

אם $i \le g$ המחיר שישלם משקיע הפטור ממס ריווחי הון תמורת האג"ח על מנת להשיג תשואה של i גדול או שווה ל- C ולכן במקרה זה משקיע החייב במס רייווחי הון לא יצטרך לשלמו.

אם $i > g$ המחיר שישלם משקיע הפטור ממס ריווחי הון תמורת האג"ח על מנת להשיג תשואה i קטן מ- C ולכן במקרה זה משקיע החייב במס ריווחי הון יצרך לשלמו.

נביא עתה הצגה אלטרנטיבית של משוואת הערך אותה צריך לפתור.

מקרה I: $i > g$ (המשקיע **חייב** במס ריווחי הון)

ערך תזרים הקופון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בתוספת** ערך תזרים הפירעון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** ערך תזרים מס רייווחי הון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i (השווה ל- $(t(2)\cdot(C-A)\cdot v^{n\cdot p}$ **בהפחתת** המחיר A שווה לאפס.

מקרה II: $i \le g$ (המשקיע **אינו חייב** במס ריווחי הון)

ערך תזרים הקופון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בתוספת** ערך תזרים הפירעון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** המחיר A שווה לאפס.

דוגמה 1:

אג"ח בערך נומינלי השווה ל- 100,000 נפרע לאחר 15 שנים בערך השווה ל- 110%, והוא בעל קופון שנתי השווה ל- 9% ומשולם שנתית. משקיע שחייב במס על תשלומי הקופון בשיעור השווה ל- 40% ובמס ריווחי הון בשיעור השווה ל –30% רוכש את האג"ח בעת ההנפקה במחיר השווה ל- 80,000 ש"ח. חשב את התשואה שהשיג המשקיע על העסקה.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 6"** בגיליון בשם **"דוגמה 1 "**.

מאחר ו $A = 80{,}000 < 110{,}000 = C$ המשקיע ישלם מס ריווחי הון.

בתא D1 ננקוב בתשואה שנתית שרירותית.

בתאים C12-C26 נציג את תזרים הקופונים ובתא C10 נציג את ערכו של התזרים מחושב בעת ההנפקה לפי התשואה הנקובה.

בתא D10 נציג את ערכו של תזרים הפירעון מחושב בעת ההנפקה לפי התשואה הנקובה.

בתא E10 נציג את ערכו של תזרים מס-רייווחי ההון מחושב בעת ההנפקה לפי התשואה הנקובה,

בתא D7 נציג את משוואת הערך.

בעזרת חתירה למטרה נחשב את התשואה הנדרשת: **קבע בתא**: D7 **את הערך**: 0 **על ידי שינוי התא**: D1.

דוגמה 2:

אג"ח בערך נומינלי השווה ל- 1,000 נפרע בפר לאחר 10 שנים, והוא בעל קופון שנתי השווה ל- 6% המשולם שנתית. משקיע שחייב במס הכנסה בשיעור השווה ל- 40% ובמס ריווחי הון בשיעור השווה ל –30% רוכש את האג"ח בעת ההנפקה במחיר השווה ל- 800 ש"ח. חשב את התשואה נטו שהשיג המשקיע על העסקה.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 6"** בגיליון בשם **"דוגמה 2 "**.

מאחר ו $A = 800 < 1{,}000 = C$ המשקיע ישלם מס ריווחי הון.

בתא D1 ננקוב בתשואה שנתית שרירות.

בתאים C12-C21 נציג את תזרים הקופונים ובתא C10 נציג את ערכו של התזרים מחושב בעת ההנפקה לפי התשואה הנקובה.

בתא D10 נציג את ערכו של תזרים הפירעון מחושב בעת ההנפקה לפי התשואה הנקובה.

בתא E10 נציג את ערכו של תזרים מס-רייווחי ההון מחושב בעת ההנפקה לפי התשואה הנקובה

בתא D6 נציג את משוואת הערך.

בעזרת חתירה למטרה נחשב את התשואה הנדרשת: **קבע בתא**: D6 **את הערך**: 0 **על ידי שינוי התא**: D1.

דוגמה 3:

אג"ח צמית בערך נומינלי השווה ל- 100 הוא בעל קופון שנתי השווה ל- 5.5% המשולם מידי שנה בארבעה תשלומים: ב- 31.3 , ב- 30.6, ב- 30.9, ו ב- 31.12. משקיע שחייב במס הכנסה בשיעור השווה ל- 40% ובמס ריווחי הון השווה ל –30% רוכש את האג"ח ב- 31.8.2000 במחיר השווה ל- 49.5 ש"ח, ומוכר אותו בדיוק שנה לאחר מכן במחיר השווה ל- 57.71. חשב את התשואה נטו שהשיג המשקיע.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 6"** בגיליון בשם **"דוגמה 3 "**.

בתא D1 ננקוב בתשואה שנתית שרירותית, ובתא D5 נציג את התשואה הרבעונית המתאימה.

בלי הגבלת הכלליות נניח שהמשקיע רכש את האג"ח ב- 30.6.2000 במחיר הנתון בתא D3 ומכר את האג"ח ב- 30.6.2001 במחיר הנתון בתא D4.

בתאים C12-C15 נציג את תזרים הקופונים ובתא C10 נציג את ערכו של התזרים מחושב בעת ההנפקה לפי התשואה הנקובה ביחס ל- 30.6.2000.

בתא D10 נציג את ערכו של תזרים הפירעון מחושב ביחס ל- 30.6.2000 לפי התשואה הנקובה.

ובתא E10 נציג את ערכו של תזרים מס-רייווחי ההון מחושב ביחס ל- 30.6.2000 לפי התשואה הנקובה.

בתא C6 נציג את משוואת הערך.

בעזרת חתירה למטרה נחשב את התשואה הנדרשת: **קבע בתא**: C6 **את הערך**: 0 **על ידי שינוי התא**: D1.

דוגמה 4:

אג"ח הוא בעל ערך נומינלי השווה ל- 100 ובעל קופון שנתי השווה ל- 9% המשולם חצי שנתית. האג"ח יפרע בעוד 15 שנה בשיעור השווה ל- 110%. משקיע שחייב במס הכנסה בשיעור השווה ל- 45% ובמס ריווחי הון בשיעור השווה ל –30% רוכש את האג"ח ביום ההנפקה.

(א) מהו המחיר ששילם המשקיע אם השיג תשואה שנתית נטו השווה ל- 8%,

(ב) מהו המחיר ששילם המשקיע אם השיג תשואה שנתית נטו השווה ל- 4%.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 6"** בגיליון בשם **"דוגמה 4"**.

יחידת הזמן שווה לחצי שנה ולכן $g=\dfrac{0.045\cdot 0.55}{1.1}=0.0225$. הריבית החצי שנתית שווה, במקרה (א) ל- $1.08^{0.5}-1=0.0392$, ובמקרה (ב) ל- $1.04^{0.5}-1=0.01980$. לכן במקרה (א) יש מס ריווחי הון ובמקרה (ב) אין מס ריווחי הון.

(א)

בתא E5 נקוב מחיר שרירותי.

בתאים C12-C41 נציג את תזרים הקופונים ובתא C10 נציג את ערכו של התזרים מהוון לעת ההנפקה.

בתא D10 נציג את ערכו של תזרים הפירעון מהוון לעת ההנפקה.

בתא E10 נציג את ערכו של תזרים מס-רייווחי ההון, ביחס למחיר הנקוב, מהוון לעת ההנפקה.

בתא E2 נציג את משוואת הערך.

בעזרת חתירה למטרה נחשב את התשואה הנדרשת: **קבע בתא**: E2 **את הערך**: 0 **על ידי שינוי התא**: E5.

(ב)

בתא I5 נקוב מחיר שרירותי.

בתאים G12-G41 נציג את תזרים הקופונים ובתא G10 נציג את ערכו של התזרים מהוון לעת ההנפקה.

בתא H10 נציג את ערכו של תזרים הפירעון מהוון לעת ההנפקה.

בתא I10 נציג את ערכו של תזרים מס-רייווחי ההון, ביחס למחיר השגוי, מהוון לעת ההנפקה.

בתא I2 נציג את משוואת הערך.

בעזרת חתירה למטרה נחשב את התשואה הנדרשת: **קבע בתא**: I2 **את הערך**: 0 **על ידי שינוי התא**: I5.

הערות: אג"ח II

(א) על מנת לקבוע את תזרים מס רייווחי- הון באג"ח מסוג II צריך לקבוע מהו מחיר הקניה בעת ההנפקה של $N(j)$ היחידות הנומינליות הנפדות לאחר j יחידות זמן, $j=1,\dots,n\cdot p$.

(ב) מאחר ומחיר הקניה בעת ההנפקה של יחידה נומינלית אחת שווה ל- $\frac{A}{N}$ סביר להניח:

<u>**הנחה**</u>:

מחיר הקניה בעת ההנפקה של $N(j)$ יחידות נומינליות שווה ל- $\frac{A}{N}\cdot N(j)$, $j=1,\dots,n\cdot p$.

(ג) גם אג"ח מודל II מיוצג על- ידי שלושה תזרימים:

תזרים תשלומי הקופון:

$n\cdot p$ תשלומים כאשר התשלום ה- j שווה ל $\frac{D}{p}\cdot[1-t(1)]$ כפול יתרת הערך הנומינלי של האג"ח בזמן j-1, $j=1,\dots,n\cdot p$,

תזרים הפירעון:

$n\cdot p$ תשלומים כאשר התשלום בזמן j שווה ל $N(j)\cdot R$, $j=1,\dots,n\cdot p$.

תזרים מס ריווחי הון:

$n\cdot p$ תשלומים כאשר התשלום בזמן j, $j=1,\dots,n\cdot p$ שווה ל:

$$t(2)\cdot \max[0,N(j)\cdot R-\frac{A}{N}\cdot N(j)]=t(2)\cdot N(j)\cdot \max(0,R-\frac{A}{N})$$

(ד) משוואת הערך מתקיימת גם לאג"ח מודל II.

ערך תזרים הקופון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בתוספת** ערך תזרים הפירעון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה I **בהפחתת** ערך תזרים מס רייווחי הון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** המחיר A שווה לאפס.

ממשוואת הערך ניתן לחלץ אחד משני המשתנים A ו i אם משנהו ידוע. נדגים זאת בדוגמה 5 .

דוגמה 5:

אג"ח הוא בעל ערך נומינלי השווה ל- 500,000 ובעל קופון שנתי השווה ל- 8% המשולם רבעונית. האג"ח נפרע בערך השווה ל- 105% בעשרים תשלומים שנתיים שווים כשאר הראשון בהם הוא עשר שנים לאחר יום הנפקה.

מר לוי החייב במס הכנסה בשיעור השווה ל- 40% ובמס ריווחי הון השווה ל –30% רוכש את האג"ח ביום ההנפקה במחיר שיניב לו תשואה שנתית נטו השווה ל- 6%.

(א) חשב את המחיר ששילם מר לוי.

מר כהן שחייב במס הכנסה בשיעור השווה ל- 20% ובמס ריווחי הון השווה ל –30% רוכש את האג"ח ביום ההנפקה במחיר שיניב לו תשואה שנתית נטו השווה ל- 6%.

(ב) חשב את המחיר ששילם מר כהן.

מר זהבי חייב במס הכנסה בשיעור השווה ל- 40% ובמס ריווחי הון השווה ל –30%.

לאחר שמונה שנים, מידי לאחר תשלום הקופון, מוכר מר כהן למר זהבי את האג"ח במחיר שיניב למר זהבי תשואה שנתית נטו השווה ל- 6%.

(ג) מהו המחיר שישלם מר זהבי

(ד) מהי התשואה השנתית נטו של מר כהן על כל העסקה.

לאחר שמונה שנים, מידית לאחר תשלום הקופון, מוכר מר לוי למר זהבי את האג"ח במחיר שיניב למר זהבי תשואה שנתית נטו השווה ל- 6%.

(ה) מהי התשואה השנתית נטו של מר לוי על כל העסקה.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 6"** בגיליון בשם **"דוגמה 5"**.

בתאים D11-D127 נציג את ה- N(r) ים, בתאים E11-E127 נציג את יתרת האג"ח, ובתא F10 נציג את ערך תזרים הפירעון מהוון לעת ההנפקה.

(א)

בתא H2 ננקוב מחיר שרירותי לאג"ח שילם מר לוי בעת ההנפקה, בתא H10 נציג את ערך תזרים הקופון מהוון לעת ההנפקה, ובתא I10 נציג את ערך תזרים מס רייווחי –הון מהוון לעת ההנפקה. בתא H4 נציג את משוואת הערך. בעזרת חתירה למטרה נחשב את המחיר הנדרש: **קבע בתא**: H4 **את הערך**: 0 **על ידי שינוי התא**: H2.

(ב)

בתא K2 נקבע מחיר שגוי לאג"ח שילם מר כהן בעת ההנפקה, בתא K10 נציג את ערך תזרים הקופון מהוון לעת ההנפקה, ובתא L10 נציג את ערך תזרים מס רייווחי –הון מהוון לעת ההנפקה. בתא K4 נציג את משוואת הערך. בעזרת חתירה למטרה נחשב את המחיר הנדרש: **קבע בתא**: K4 **את הערך**: 0 **על ידי שינוי התא**: K2.

(ג)

בתא P2 נקבע מחיר שגוי לאג"ח שילם מר זהבי אחר 32 יחידות זמן, בתא N10 נציג את ערך תזרים הקופון מהוון לזמן 32, ותא O10 נציג את ערך תזרים הפירעון מהוון לזמן 32. ובתא P10 נציג את ערך תזרים מס רייווחי –הון מהוון לזמן 32. בתא O4 נציג את משוואת הערך. בעזרת חתירה למטרה נחשב את המחיר הנדרש: **קבע בתא**: O4 **את הערך**: 0 **על ידי שינוי התא**: P2.

(ד)

מר כהן רכש את האג"ח במחיר K2 בעת ההנפקה ופרע אותו לאחר 32 יחידות זמן במחיר P2, מר כהן מקבל בנוסף 32 תשלומי קופון. בתא R2 נציג את התשואה השגויה של מר כהן על כל העסקה. בתא R10 נציג את ערך תזרים הקופון מהוון לזמן ההנפקה, בתא S10 נציג את ערך תזרים הפירעון מהוון לזמן ההנפקה, ובתא T10 נציג את ערך תזרים מס רייווחי-הון מהוון לזמן ההנפקה. בתא R4 נציג את משוואת הערך, ובעזרת חתירה למטרה נחשב את התשואה הנדרשת: **קבע בתא**: R4 **את הערך**: 0 **על ידי שינוי התא**: R2.

(ה)

מר לוי רכש את האג"ח במחיר H2 בעת ההנפקה ופרע אותו לאחר 32 יחידות זמן במחיר P2, מר לוי מקבל בנוסף 32 תשלומי קופון. בתא V2 נציג את התשואה השגויה של מר לוי על כל העסקה. בתא V10 נציג את ערך תזרים הקופון מהוון לזמן ההנפקה, בתא W10 נציג את ערך תזרים הפירעון מהוון לזמן ההנפקה, ובתא X10 נציג את ערך תזרים מס רייווחי-הון מהוון לזמן ההנפקה. בתא V4 נציג את משוואת הערך, ובעזרת חתירה למטרה נחשב את התשואה הנדרשת: **קבע בתא**: V4 **את הערך**: 0 **על ידי שינוי התא**: V2.

הערות: אג"ח II מוכלל

(א) לאג"ח מודל II מוכלל נוסיף:

שיעור המס על ריווחי הון משתנה עם הזמן ושווה בזמן j ל- **t(2,j)** , $j=1,\ldots,n\cdot p$,

(ב) גם אג"ח מודל II מוכלל מיוצג על- ידי שלשה תזרימים:

תזרים תשלומי הקופון:

$n\cdot p$ תשלומים כאשר התשלום ה- j שווה ל $\frac{D}{p}\cdot[1-t(1,j)]$ כפול יתרת

הערך הנומינלי של האג"ח בזמן j-1, $j=1,\ldots,n\cdot p$

תזרים הפירעון:

$n\cdot p$ תשלומים כאשר התשלום בזמן j שווה ל $N(j)\cdot R(j)$, $j=1,\ldots,n\cdot p$.

תזרים מס ריווחי הון:

$n\cdot p$ תשלומים כאשר התשלום בזמן j, $t(2,j)\cdot\max[0,Nj)\cdot R(j)-\frac{A}{N}\cdot N(j)]$,

$j=1,\ldots,n\cdot p$,

(ג) משוואת הערך מתקיימת גם לאג"ח במודל זה.

ערך תזרים הקופון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בתוספת** ערך תזרים הפירעון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה I **בהפחתת** ערך תזרים מס רייווחי הון מחושב בעת ההנפקה לפי תשואה i **בהפחתת** המחיר A שווה לאפס.

כפי שנראה בדוגמאות הבאות ניתן לחלץ ממשוואת הערך אחד משני המשתנים A או i אם משנהו ידוע.

דוגמה 6:

לפני 15 שנה הונפק אג"ח לשלושים שנה בערך נומינלי השווה ל- 300,000 ובקופון שנתי השווה ל- 8% המשולם שנתית. האג"ח נפרע בשלושים תשלומים שנתיים שווים מידי סוף כל שנה, בשיעור השווה ל- 100% בעשר השנים הראשונות, ל- 105% בעשר השנים העוקבות, ו ל- 110% ביתרת הזמן. מיד לאחר תשלום הקופון ופירעון התשלום בסוף השנה ה- 15 נרכש האג"ח על ידי משקיע החייב רק במס ריווחי הון בשיעור השווה ל- 35% בעשר השנים הראשונות, ו ל- 30% ביתרת הזמן, במחיר שיבטיח לו תשואה שנתית נטו השווה ל- 10%. חשב את המחיר ששילם הלקוח.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 6"** בגיליון בשם **"דוגמה 6"**.

בתא F1 נציג מחיר שגוי ששילם המשקיע בזמן 15. בתאים C12-C41 נציג את ה- N ים, בתאים D11-D41 נציג את יתרת האג"ח, ובתאים E12-E41 את ה- R ים. בתאים F27-F41 נציג את ה- t(2) ים של המשקיע, בתא G10 נציג את ערך תזרים הקופון של המשקיע מהוון לזמן 15, בתא H10 נציג את ערך תזרים הפירעון של המשקיע מהוון לזמן 15, בתא I10 נציג את ערך תזרים מס רייווחי- ההון של המשקיע מהוון לזמן 15. בתא E5 נציג את משוואת הערך, ובעזרת חתירה למטרה נחשב את המחיר ששילם המשקיע בזמן 15: קבע בתא: E5 את הערך: 0 על ידי שינוי התא: F1.

נדון עתה בהתנהגות ערך אג"ח מסוג מודל I, מחושב בזמן ההנפקה, כפונקציה של הריבית כאשר זמן הפרעון קבוע,

סימונים:

(א) תהי יחידת הזמן בה אנו משתמשים שווה לזמן העובר בין שני תשלומי קופון עוקבים באג"ח,

(ב) יהי n זמן הפירעון של האג"ח ביחידות הזמן בה אנו משתמשים,

(ג) יהי A(n,i) המחיר שישלם משקיע, מחושב בעת הנפקת האג"ח, עבור אג"ח שזמן הפירעון שלו, n, והתשואה שהוא משיג שווה ל- i.

טענה:

יהי n מספר טבעי נתון. אז A(n,i) יורדת כפונקצית של הריבית ברווח $(0,\infty)$.

הוכחה:

מקרה א: $0 \le i \le g$

במקרה זה אין תשלום מס ריווחי הון ומתקיים השיוויון הבא:

$$A(n,i) = C \cdot g \cdot \sum_{k=1}^{n} v^k + C \cdot v^n$$

וברור ש A(n,i) יורדת כפונקציה של i.

מקרה ב: i>g

במקרה זה יש תשלום מס רייוחי הון ומתקיים השיוויון הבא:

$$A(n,i) = C \cdot g \cdot \sum_{k=1}^{n} v^k + C \cdot v^n - t(2) \cdot [C - A(n,i)] \cdot v^n =$$

$$C \cdot g \cdot \sum_{k=1}^{n} v^k + C \cdot [1 - t(2)] \cdot v^n - t(2) \cdot A(n,i)] \cdot v^n$$

לכן:

$$(\otimes) \quad A(n,i) = [C \cdot g \cdot \sum_{k=1}^{n} v^k + C \cdot [1 - t(2)] \cdot v^n] \cdot [\frac{1}{1 - t(2) \cdot v^n}]$$

ראשית נשים לב ש:

$1 - t(2) \cdot v^n$ היה פונקציה חיובית העולה ממש ב- i ולכן $\frac{1}{1 - t(2) \cdot v^n}$ היא פונקציה יורדת

ב- i

אגף ימין בשיוויון $(\otimes)$ שווה למכפלת שתי פונקציות חיוביות ויורדות ב- i ולכן מכפלתן, השווה

ל- A(n,i) , היא פונקציה יורדת ב- i.

מסקנה:

A(n,i) יורדת ב- i עבור i בקרן (g, ∞).

בעיה:

נניח שאג"ח מונפק ללא זמן פירעון קבוע מראש. המנפיק מתחייב לפרוע את האג"ח על פי החלטתו בין שני תאריכי זמן המפורטים מראש בחוזה האג"ח. מהו המחיר המכסימלי שעל המשקיע לשלם על מנת להבטיח לעצמו תשואה השווה לפחות לערך נתון J.

סימונים:

(א) יהיו **m** ו **n** מספרים טבעיים, m<n . ניתן לפרוע את האג"ח בין הזמנים m ו n, כולל את שניהם,

(ב) יהי **J** מספר ממשי חיובי, J מציין תשואה ליחידת זמן,

(ג) יהי $A_k(J)$ המחיר של האג"ח שהונפק בזמן 0 נפרע בזמן k והשיג תשואה J,

$k = m, \ldots, n$,

(ד) יהי $A(J) = \min\{A_m(J), \ldots, A_n(J)\}$.

בדומה לניתוח בפרק 5 עמוד 37, ניתוח בו השתמשנו רק במונוטוניות של A(n,i) ב- i , תכונה המתקיימת גם במקרה הנוכחי, נקבל ש:

מסקנה:

המחיר A (J) מבטיח למשקיע הרוכש את האג"ח בזמן ההנפקה לפחות תשואה שנתית J.

דוגמה 7:

אג"ח בערך נומינלי השווה ל- 100,000 הוא בעל קופון שנתי השווה ל- 8% המשולם חצי- שנתית. האג"ח נפרע בפר בעשרה תשלומים שנתיים כאשר הראשון בהם הוא k שנים אחר ההנפקה, $10 \le k \le 25$. הבחירה מתי להתחיל בהליך הפירעון נתונה לשיקול דעתו של המנפיק.

משקיע שחייב במס הכנסה בשיעור השווה ל- 40% ובמס ריווחי הון השווה ל- 30% רוכש את

האג"ח ביום ההנפקה במחיר שיניב לפחות תשואה שנתית נטו השווה ל- 7%.

(א) מהו המחיר המכסימלי שיציע המשקיע.

(ב) בהנחה שהמשקיע שילם את המחיר ההמכסימלי שב (א) חשב את התשואה שהמשקיע השיג עבור זמן פירעון k , $10 \le k \le 25$.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 6"** בגיליון בשם **"דוגמה 7"**.

בתא G2 נרשום מחיר שרירותי של האג"ח בעת ההנפקה ובתא H2 נרשום את תחילת זמן הפירעון (מספר טבעי השייך לקטע [20, 50], ביחידות של חצי שנה).

בתאים E12-E68 נרשום את ה- N ים: בתא E12 נרשום:

=10000*C12*and(A12>=$H$2,A12<=$H$12+18) ונעתיק את התא ליתר התאים בעמודה.

בתאים F12-F68 נרשום את יתרת האג"ח. בתאים G10, H10,I10 נציג את ערכי תזרימי הקופון, הפירעון, ומס רייווחי-הון מהוונים לעת ההנפקה בהתאמה, כולם ביחס לתחילת זמן הפירעון הנתון בתא H2. בתא G3 נציג את משוואת הערך, ובעזרת חתירה למטרה נחשב את המחיר ששילם המשקיע: קבע בתא: G3 את הערך: 0 על ידי שינוי התא: G2.

(א)

בתאים L12-L27 נחשב, בעזרת Macro1, את מחירי האג"ח לתחילת זמני הפירעון הנתונים בתאים K12-K27 ובתא L2 נחשב את המחיר המינימלי מבין המחירים.

(ב)

בתא O2 נציג תשואה שנתית שגויה. בתאים P10, Q10,R10 נציג את ערכי תזרימי הקופון, הפירעון, ומס רייווחי-הון מהוונים לעת ההנפקה בהתאמה, כולם כאשר תחילת זמן הפירעון שווה ל 14. בתא P4 נציג את משוואת הערך, ובעזרת חתירה למטרה נחשב את המחיר ששילם המשקיע: קבע בתא: P4 את הערך: 0 על ידי שינוי התא: O2.

לסיום הפרק נדון בהתנהגות A(n, i) כפונקציה של זמן הפרעון כאשר הריבית קבועה.

טענה:

תהי i ריבית חיובית נתונה.

(א) אם $i \le g$ אז A(n,i) עולה כפונקציה של n,

(ב) אם $i > g$ אז A(n,i) יורדת כפונקציה של n.

הוכחה:

(א)

אם $i \le g$ המשקיע אינו חייב במס ריווחי הון ולכן התנהגות A(n, i) כבר נחקרה ונקבעה בפרק 5 .

(ב)

ראשית נעיר ש: $\sum_{k=1}^{n} v^k = \frac{1-v^n}{i}$.

את השיוויון המתמטי הזה ניתן להוכיח על ידי חישוב טור גאומטרי סופי. או על ידי שיקול התזרים הבא: עבור כל מספר טבעי n השקעה של 1 ₪ בזמן אפס שקולה לתזרים הבא:

זמן	1	2	.. ..	n
ערך	i	i		1+i

לכן: $v^n + \sum_{k=1}^{n} v^k \cdot i = 1$. או באופן שקול: $\sum_{k=1}^{n} v^k = \frac{1-v^n}{i}$.

אם i>g המשקיע חייב במס ריווחי הון בשיעור t(2) ומתקיים השיוויון:

$$A(n,i) = C \cdot g \cdot \sum_{k=1}^{n} v^k + C \cdot v^n - t(2) \cdot [C - A(n,i)] \cdot v$$

או באופן שקול:

$$A(n,i) = \frac{C \cdot g \cdot \sum_{k=1}^{n} v^k + C \cdot [1 - t(2)] \cdot v^n}{1 - t(2) \cdot v^n}$$

אם נסמן ב- **K** את $C \cdot v^n$ נשתמש בזהות $\sum_{k=1}^{n} v^k = \frac{1-v^n}{i}$ ובזהות $v^n = \frac{K}{C}$

נקבל את השיוויון הבא:

$$A(n,i) = \frac{C \cdot g \cdot \sum_{k=1}^{n} v^k + [1-t(2)] \cdot K}{1-t(2) \cdot \frac{K}{C}} = \frac{C \cdot g \cdot \frac{1-\frac{K}{C}}{i} + [1-t(2)] \cdot K}{1-t(2) \cdot \frac{K}{C}} = \frac{\frac{g}{i} \cdot (C-K) + [1-t(2)] \cdot K}{1-t(2) \cdot \frac{K}{C}}$$

המונה של $\frac{\partial A(n,i)}{\partial K}$ שווה ל- $[1-t(2)] \cdot (1-\frac{g}{i})$ לכן:

מסקנה:

$A(n, i)$ היא פונקציה עולה ב- K.

מאחר ו K היא פונקציה יורדת בזמן הפרעון אנו מקבלים ש:

מסקנה:

אם $i>g$ אז: $A(n, i)$ יורדת ב- n.

נגדיר את הגודל B באופן הבא:

אם לא משולם מס רייוחי הון אז: $B \equiv C$,

אם משולם מס ריווחי הון אז: $B \equiv [1-t(2)] \cdot C + t(2) \cdot A$.

נגדיר שלושה תזרימים באופן הבא:

תזרים I:

זמן	1	2	………………………	n	n+1

0	$g \cdot C + B$		$g \cdot C$	$g \cdot C$	ערך

תזרים II:

n+1	n	....	2	1	זמן
$i \cdot B + B$	$g \cdot C$		$g \cdot C$	$g \cdot C$	ערך

תזרים III:

n+1	n	....	2	1	זמן
$g \cdot C + B$	$g \cdot C$		$g \cdot C$	$g \cdot C$	ערך

נשים לב ש:

תזרימים I ו II שקולים,

ערך תזרים I מהוון לזמן אפס לפי ריבית i שווה ל- A(n,i) ולכן ערך תזרים II מהוון לזמן אפס לפי ריבית i שווה גם כן ל- A(n,i) ,

ערך תזרים III מהוון לזמן אפס לפי ריבית i שווה ל- A(n+1,i).

(א)

אם $i \le g$ אין תשלום מס ריווחי הון , B=C ו $g \cdot C + B \ge i \cdot B + B$. לכן ערך תזרים III בזמן אפס (השווה ל- A(n+1,i)) גדול או שווה לערך תזרים II בזמ אפס (השווה ל- A(n,i)).

מכאן נובעת תוצאת חלק (א) של הטענה.

(ב)