פרק ג: ערכי הפוליסה

ערכי הפוליסה: ערך רטרוספקטיבי וערך פרוספקטיבי, הם מושגים חשובים. אנו נדון בהם בפרק זה.

ראשית נציג סימון והנחה שכבר הובאו בפרק הקודם :

סימונים:

(א) תהי $\{l_y : y=0,\ldots,\omega\}$ טבלת התמותה לה חשוף הלקוח, ויהי x מספר טבעי המציין את גיל הלקוח בעת רכישת הפוליסה,

(ב) יהי n אורך חיי הפוליסה,

(ג) תהי **פרמיה נטו:** הפרמיה **בהפחתת** ההוצאה בעת תשלום הפרמיה,

(ד) תהי **הטבה המוות ברוטו:** הטבת המוות **בתוספת** ההוצאה בגין תשלום הטבת המוות,

(ה) תהי **הטבת שרידות ברוטו**: הטבת שרידות **בתוספת** ההוצאה בגין תשלום הטבת השרידות.

הערה:

הטבת שרידות יכולה להיות קצבה המשולמת לבעלי פוליסה שורדים או הטבת פירעון לבעלי הפוליסה השורדים.

הנחה:

כל החישובים מבוססים על ההנחה ש l_x לקוחות בגיל x רוכשים את הפוליסה בעת ההנפקה ולאחר k יחידות זמן שורדים l_{x+k} לקוחות, $k=1,2,\ldots$.

תזרים רטרוספקטיבי של הפוליסה.

הגדרה:

ערך התזרים הרטרוספקטיבי בזמן **x+t** מחושב בזמן **x+t** נתון על ידי:

ערך תזרים <u>**הפרמיות נטו**</u> במרווח הזמן $(-\infty, x+t)$ מחושב בזמן x+t, (**לא כולל** את הפרמיה המשולמת בזמן x+t)

פחות ערך תזרים **<u>ההטבות המוות ברוטו</u>** במרווח הזמן $(-\infty, x+t)$ מחושב בזמן x+t,

פחות ערך תזרים **<u>הטבת השרידות ברוטו</u>** במרווח הזמן $(-\infty, x+t]$ מחושב בזמן x+t,(**כולל** הטבת שרידות המשולמת בזמן x+t)

הערה:

גדלים מתמטיים הניתנים להצגה בעזרת נוסחאות רקורסיביות נוחים לחישוב בעזרת גיליון אלקטרוני

תזרים רטרוספקטיבי ניתן להצגה בעזרת נוסחה רקורסיבית ולכן נוח לחישוב בעזרת גיליון אלקטרוני.

נוסחה לחישוב רקורסיבי של התזרים הרטרוספקטיבי בזמן x+k:

ערך תזרים הפוליסה הרטרוספקטיבי בזמן **x+k** שווה ל:

ערך תזרים **הפוליסה הרטרוספקטיבי** בזמן x+k-1 מחושב בזמן x+k (הצטברות ביחידת זמן)

בתוספת הפרמיות נטו המשולמות במרווח [x+k-1, x+k) מחושבת בזמן x+k (הצטברות ביחידת זמן),

בהפחתת ערך **הטבת המוות ברוטו** המשולמות במרווח [x+k-1, x+k) מחושב בזמן x+k ,

בהפחתת ערך **הטבת השרידות ברוטו** המשולמות במרווח (x+k-1, x+k] מחושב בזמן x+k.

הערות:

(א) מאחר ובעת ההנפקה ערך התזרים הרטרוספקטיבי של הפוליסה שווה ל-**אפס** ניתן בעזרת הנוסחה הרקורסיבית לחשב את ערכי הפוליסה הרטרוספקטיביים בזמנים x+k , $k = 0, \ldots, n$.

(ב) ממשוואת הערך מחושבת בזמן הפירעון נובע שהתזרים הרטרוספקטיבי בעת הפירעון שווה ל-**אפס**. עובדה זו משמשת דרך לבדיקת נכונות החישוב של ערכי הפוליסה הרטרוספקטיביים.

(ג) החישוב הרקורסיבי של התזרים הרטרוספקטיבי נעשה מהערך בעת ההנפקה ועד הערך עד לסיום אורך חיי הפוליסה.

הגדרה:

תזרים הפוליסה הרטרוספקטיבי בזמן x+t מחולק במספר בעלי הפוליסה בזמן x+t (l_{x+t}) נקרא

הערך הרטרוספקטיבי של הפוליסה בזמן x+t. (או **הרזרבה** הרטרוספקטיבית של הפוליסה)

תזרים פרוספקטיבי של פוליסה

הגדרה:

סך כל ערך תזרים מחויבות הנטו העתידיות של מנפיק פוליסה בגין פעילות פיננסית הנובעת מתנאי פוליסת הביטוח, במרווח הזמן $[x+t,\infty)$ מחושבות בזמן x+t נקראת **תזרים הפוליסה הפרוספקטיבי** בזמן x+t.

הערות:

(א) מנפיק הפוליסה **חייב** לשלם במרווח הזמן $[x+t,\infty)$ את **ההטבות המוות הברוטו** העתידיות.

(ב) מנפיק הפוליסה **חייב** לשלם במרווח הזמן $(x+t,\infty)$ את **הטבות השרידות ברוטו** העתידיות

(ג) בעלי הפוליסה **חייבים** לשלם במרווח הזמן $[x+t,\infty)$ את **הפרמיות העתידיות**.

(ד) לכן ערך התזרים הפרוספקטיבי בזמן x+t מחושב בזמן x+t נתון על ידי:

ערך תזרים **הטבות המוות ברוטו** במרווח הזמן $[x+t,\infty)$ מחושב בזמן x+t

בתוספת תזרים **הטבות השרידות ברוטו** במרווח הזמן $(x+t,\infty)$ מחושב בזמן x+t

בהפחתת ערך תזרים **הפרמיות נטו** העתידיות במרווח הזמן $[x+t,\infty)$ מחושב בזמן x+t.

נוסחה לחישוב רקורסיבי של התזרים הפרוספקטיבי בזמן x+k:

ערך תזרים הפוליסה הפרוספקטיבי בזמן x+k- 1 שווה ל:

ערך תזרים **הפוליסה הפרוספקטיבי** בזמן x+k מחושב בזמן x+k-1 (היוון ביחידת זמן)

בתוספת הטבות המוות ברוטו במרווח [x+k-1,x+k) המשולמת בזמן x+k מחושבות בזמן x+k-1 (היוון ביחידת זמן)

בתוספת הטבות השרידות ברוטו במרווח (x+k-1, x+k] המשולמת בזמן x+k מחושבות בזמן x+k-1 (היוון ביחידת זמן)

בהפחתת הפרמיות נטו במרווח [x+k-1, x+k) המשולמות בזמן x+k-1 .

הערות:

(א) התזרים הפרוספקטיבי של הפוליסה בעת הפירעון שווה לאפס. לכן ניתן בעזרת הנוסחה הרקורסיבית לחשב את ערכי הפוליסה הפרוספקטיביים בזמנים x+k, $k=0,\ldots,n$.

(ב) ממשואת הערך בעת ההנפקה נובע שערך התזרים הפרוספקטיבי בעת ההנפקה **שווה לאפס**. עובדה זו משמשת דרך לבדיקת נכונות החישוב של ערכי הפוליסה הפרוספקטיביים.

(ג) החישוב הרקורסיבי של התזרים הפרוספקטיבי נעשה מהערך בעת סיום חיי הפוליסה ועד הערך בעת ההנפקה.

הגדרה:

תזרים הפוליסה הפרוספקטיבי בזמן x+t מחולק במספר בעלי הפוליסה בזמן t (l_{x+t}) נקרא **הערך הפרוספקטיבי** של הפוליסה בזמן x+t. (או הרזרבה ה**פרוספקטיבית** של הפוליסה)

הערה:

ממשוואת הערך מחושבת בזמן x+t נובע ש:

ערך תזרים **הפרמיות נטו** במרווח הזמן $(-\infty,x+t)$ מחושב בזמן x+t ,

פחות ערך תזרים **ההטבות המוות ברוטו** במרווח הזמן $(-\infty,x+t)$ מחושב בזמן x+t ,

פחות ערך תזרים **ההטבות השרידות ברוטו** במרווח הזמן $(-\infty,x+t]$ מחושב בזמן x+t ,

שווה ל:

ערך תזרים **ההטבות המוות ברוטו** במרווח הזמן $[x+t,\infty)$ מחושב בזמן x+t ,

בתוספת ערך תזרים **ההטבות השרידות ברוטו** במרווח הזמן $(x+t,\infty)$ מחושב בזמן x+t ,

בהפחתת ערך תזרים **הפרמיות** נטו במרווח הזמן $[x+t,\infty)$ מחושב בזמן x+t.

מסקנה:

אם הפרמיה ותזרימי הפוליסה מחושבים על אותו בסיס אז:

התזרים הרטרוספקטיבי בזמן x+t שווה ל- **תזרים הפרוספקטיבי** בזמן x+t.

שיווין זה מאפשר לבדוק את נכונות חישוב שני התזרימים.

דוגמה 1:

לקוח בן 35 רוכש ביטוח חסכון טהור ל- 25 שנה עם הטבת שרידות בגובה 10,000 ש"ח.

בתמורה משלם הלקוח פרמיה חד-פעמית בעת ההנפקה.

(א) חשב את גובה הפרמיה

(ב) הצג את תזרימי הפוליסה ואת ערכי הפוליסה.

כל החישובים הם על בסיס: **תמותה** : E.L.T , **ריבית**: שנתית **7%.**

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 1**"

(א) חלק זה פתרנו באופן מפורט בדוגמה 1 פרק ב'. לשם השלמות אנו מציגים פתרון לחלק זה בעמודות D-C.

(ב) בעמודה F נציג את התזרים **הרטרוספקטיבי** של הפוליסה בגילים $k=35,\ldots 60$.

התזרים בגיל 35 שווה לאפס לכן נרשום בתא F7 =0. התזרים בגיל 36 שווה לתזרים בגיל 35 כלומר הערך ב- F7, בתוספת הפרמיה החד- פעמית ששילמו כל המבוטחים $(l_{35}\cdot P)$ כל זה מוכפל בפקטור ההצטברות ליחידת גיל מגיל 35 לגיל 36 . בתא F8 נרשום: =(F7+$C$2*B7)*1.07.

מאחר והפרמיה היא חד-פעמית התזרים בגיל 37 שווה לתזרים בגיל 36 כלומר הערך ב- F8 מוכפל בפקטור ההצטברות ליחידת גיל מגיל 36 לגיל 37. לכן נרשום בתא F9 =F8*1.07 . את התא F9 נעתיק לתאים F10-F31 ונקבל את התזרים הרטרוספקטיבי. בתא F32 נרשום: =F31*1.07-10000*B32

נשים לב שבתא F32 קבלנו את המספר 0 בהתאם למצופה.

בעמודה G נציג את התזרים **הפרוספקטיבי** של הפוליסה בזמנים $k=35,\ldots 60$.

התזרים בגיל 60, בעת הפירעון, שווה ל 0 ש"ח. לכן נרשום בתא G32: 0=

התזרים בגיל 59 שווה לתזרים בגיל 60 מהוון ביחידת זמן. לכן נרשום בתא G31:

=G32/1.07+10000*B32/1.07. בתא G30 נרשום G31/1.07= את תא G30

נעתיק לתאים G7-G29.

נשים לב שבתא G7 קבלנו את הערך 0 כמצופה. נשים לב ששני התזרימים,

כמצופה, שווים בכל גיל.

בעמודה H נציג את ערכי הפוליסה. בתא H7 נרשום F7/B7=, ונעתיק את התא

לתאים H8-H32.

חישוב סימולטני של (א) ושל התזרים הרטרוספקטיבי

בתא J2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה החד-פעמית ובתא J3 ננקוב בערך הריבית

השווה ל- 7%.

בתאים J7-J32 נציג את התזרים הרטרוספקטיבי המתאים לערך הפרמיה הנתון

בתא J2. על מנת לקבל בתא J32 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע**

בתא: J32, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: J2. הפעלת חתירה למטרה

נותנת את הפרמיה השנתית ואת התזרים הרטרוספקטיבי.

חישוב סימולטני של (א) ושל ערכי התזרים הפרוספקטיבי

בתא K2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה החד-פעמית. ובתא K3 ננקוב בערך הריבית

השווה ל- 7%.

בתאים K7-K32 נציג את התזרים הפרוספקטיבי המתאים לערך הפרמיה הנתון

בתא K2. על מנת לקבל בתא K7 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**:

K7, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: K2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את

הפרמיה השנתית והתזרים הפרוספקטיבי.

הערה:

כצפוי התזרים הרטרוספקטיבי והפרוספקטיבי שחושבו על פי הבסיס לפיו חושבה הפרמיה החד-פעמית שווים.

אם נשנה בתא J3 או בתא k3 או בשניהם אז התזרים הרטרוספקטיבי והפרוספקטיבי שחושבו על פי הבסיס שונה מזה שלפיו חושבה הפרמיה החד-פעמית לא יהי שווים.

דוגמה 2:

לקוחה בת 45 רוכשת ביטוח לכל החיים עם הטבת מוות בגובה 10,000 ש"ח המשולמת בסוף שנת המוות. בתמורה משלמת הלקוחה פרמיות שנתיות מראש משך חיי הפוליסה.

(א) חשב את גובה הפרמיה,

(ב) הצג את תזרימי הפוליסה ואת ערכי הפוליסה.

בחישובים הנח : **תמותה:** .B.L.F, **ריבית**: שנתית 6%, **הוצאה ראשונית:** 45% מהפרמיה הראשונה, **הוצאות חידוש:** 4% מכל פרמיה החל מהפרמיה השנייה.

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 2**"

(א) חלק זה פתרנו באופן מפורט בדוגמה 2 פרק ב'. לשם השלמות אנו מציגים פתרון לחלק זה בעמודות C-D.

(ב) בעמודה F נציג את התזרים **הרטרוספקטיבי** של הפוליסה בגילים $k = 45,\ldots 109$.

התזרים בגיל 45 שווה לאפס לכן נרשום בתא F7 =0. התזרים בגיל 46 שווה לתזרים בגיל 45 כלומר הערך ב- F7, בתוספת הפרמיה נטו ששילמו כל המבוטחים $(0.55 \cdot l_{45} \cdot P)$ כל זה מוכפל בפקטור ההצטברות ליחידת גיל מ-45 ל-46 ובהפחתת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים $[10{,}000 \cdot (l_{45} - l_{46})]$ לכן בתא F8 נרשום:

=(F7+0.55*$C$2*B7)*1.06-10000*(B7-B8). התזרים בגיל 47 שווה לתזרים בגיל 46 בתוספת הפרמיה נטו ששילמו כל המבוטחים $(0.96 \cdot l_{46} \cdot P)$ כל זה מוכפל

בפקטור ההצטברות ליחידת גיל מ-46 ל-47 בהפחתת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים $[10,000 \cdot (l_{46} - l_{47})]$ לכן בתא F9 נרשום:

=(F8+0.96*$C$2*B8)*1.06-10000*(B8-B9). את התא F9 נעתיק לתאים F10- F71 ונקבל את התזרים הרטרוספקטיבי. נשים לב שבתא F71 קבלנו את המספר 0 בהתאם למצופה.

בעמודה G נציג את התזרים **הפרוספקטיבי** של הפוליסה בזמנים $k = 45,\dots 109$.

התזרים בגיל 109, בו אין יותר בעלי פוליסה, שווה ל 0 לכן נרשום בתא G71: 0=.

התזרים בגיל 108 שווה לתזרים בגיל 109 מהוון ביחידת זמן בתוספת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים $[10,000 \cdot (l_{108} - l_{109})]$ מהוון ביחידת זמן בהפחתת הפרמיה נטו ששילמו כל המבוטחים $(0.96 \cdot l_{108} \cdot P)$. לכן נרשום בתא G70:

=G71/1.06-0.96*$C$2*B70+10000*(70-B71)/1.06.את תא G70 נעתיק לתאים G8-G69. התזרים בגיל 45 שווה לתזרים בגיל 46 מהוון ביחידת זמן בתוספת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים $[10,000 \cdot (l_{45} - l_{46})]$ מהוון ביחידת זמן בהפחתת הפרמיה נטו ששילמו כל המבוטחים $(0.55 \cdot l_{45} \cdot P)$. לכן נרשום בתא G7:

=G8/1.06-0.55*$C$2*C50+10000*(B7-B8)/1.06.

נשים לב שבתא G7 קבלנו את הערך 0 כמצופה.

בעמודה H נציג את ערכי הפוליסה. בתא H7 נרשום F7/B7=, ונעתיק את התא לתאים H8-H70.

חישוב סימולטני של (א) ושל התזרים הרטרוספקטיבי

בתא J2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים J7-J71 נציג את התזרים הרטרוספקטיבי המתאים לערך הפרמיה הנתון בתא J2. על מנת לקבל בתא J71 את הערך 0 נשתמש

בחתירה למטרה: **קבע בתא**: J71, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: J2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית והתזרים הרטרוספקטיבי.

חישוב סימולטני של (א) ושל ערכי התזרים הפרוספקטיבי

בתא K2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים K7-K71 נציג את התזרים הפרוספקטיבי המתאים לערך הפרמיה הנתון בתא K2. על מנת לקבל בתא K7 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: K7, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: K2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית והתזרים הפרוספקטיבי.

דוגמה 3:

לקוח בן 40 רוכש ביטוח חיים זמני ל- 25 שנה עם הטבת מוות בגובה 30,000 ש"ח המשולמת בסוף שנת המוות משך חיי הפוליסה. בתמורה משלם הלקוח פרמיות שנתיות מראש משך חיי הפוליסה.

(א) חשב את גובה הפרמיה השנתית,

(ב) הצג את תזרימי הפוליסה ואת ערכי הפוליסה.

בחישובים הנח: **תמותה:** .L.M.S.M **ריבית**: שנתית **8%** .

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 3**"

(א) חלק זה פתרנו באופן מפורט בדוגמה 3 פרק ב'. לשם השלמות אנו מציגים פתרון לחלק זה בעמודות C-D .

(ב) בעמודה F נציג את התזרים **הרטרוספקטיבי** של הפוליסה בגילים $k = 40,\ldots 65$. התזרים בגיל 40 שווה לאפס לכן נרשום בתא F7 =0. התזרים בגיל 41 שווה לתזרים בגיל 40 כלומר הערך ב- F7, בתוספת הפרמיה נטו ששילמו כל המבוטחים $(l_{40} \cdot P)$ כל זה מוכפל בפקטור ההצטברות ליחידת גיל מגיל 40 לגיל 41 ובהפחתת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים $[30{,}000 \cdot (l_{40} - l_{41})]$. לכן בתא F8 נרשום:

=F7*1.08+$C$2*B7*1.08-30000*(B7-B8)

את התא F8 נעתיק לתאים F9-F32 ונקבל את התזרים הרטרוספקטיבי. נשים לב שבתא F32 קבלנו את המספר 0 בהתאם למצופה.

בעמודה G נציג את התזרים **הפרוספקטיבי** של הפוליסה בזמנים $k = 40,\ldots 65$.

התזרים בגיל 65 שווה ל 0 לכן נרשום בתא G32: 0=. התזרים בגיל 64 שווה לתזרים בגיל 65 מהוון ביחידת זמן בתוספת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים $[30,000 \cdot (l_{64} - l_{65})]$ מהוון ביחידת זמן בהפחתת הפרמיה נטו ששילמו כל המבוטחים $(l_{64} \cdot P)$. לכן נרשום בתא G31:

.=G32/1.08-$C$2*B31+30000*(B31-B32)/1.08

את תא G31 נעתיק לתאים G30-G7. נשים לב שבתא G7 קבלנו את הערך 0 כמצופה.

בעמודה H נציג את ערכי הפוליסה. בתא H7 נרשום =H7/B7, ונעתיק את התא לתאים H8-H32.

חישוב סימולטני של (א) ושל התזרים הרטרוספקטיבי

בתא J2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים J7-J32 נציג את התזרים הרטרוספקטיבי בהתאם לערך הפרמיה הנתון בתא J2. על מנת לקבל בתא J32 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: J32, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: J2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית ואת התזרים הרטרוספקטיבי.

חישוב סימולטני של (א) ושל ערכי התזרים הפרוספקטיבי

בתא K2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים K7-K32 נציג את התזרים הפרוספקטיבי בהתאם לערך הפרמיה הנתון בתא K2. על מנת לקבל בתא K7 את הערך

0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: K7, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: K2.

הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית ואת התזרים הפרוספקטיבי.

דוגמה 4:

לקוח בן 50 רוכש ביטוח חיים מעורב ל- 15 שנים, עם הטבת מוות השווה ל- 10,000 ש"ח, והטבת פירעון השווה ל- 15,000 ש"ח ובתמורה משלם הלקוח פרמיות שנתיות מראש משך חיי הפוליסה.

(א) חשב את גובה הפרמיה השנתית,

(ב) הצג את תזרימי הפוליסה ואת ערכי הפוליסה.

הנח בחישובים:

תמותה: A1967-70, **ריבית:** שנתית 5.5% **הוצאה ראשונית:** 100 ש"ח בתוספת 25% מערך הפרמיה הראשונה, **הוצאת חידוש:** 10 ש"ח בתוספת 4% מערך הפרמיה, החל מהפרמיה השנייה.

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 4**"

(א) חלק זה פתרנו באופן מפורט בדוגמה 4 פרק ב'. לשם השלמות אנו מציגים פתרון לחלק זה בעמודות C-E.

(ב) בעמודה G נציג את התזרים **הרטרוספקטיבי** של הפוליסה בגילים $k = 50, \ldots 65$.

התזרים בגיל 50 שווה לאפס לכן נרשום בתא G7 =0. התזרים בגיל 51 שווה לתזרים בגיל 50 כלומר הערך ב- G8 המצטבר ליחידת גיל מגיל 50 לגיל 51 בתוספת הפרמיה נטו ששילמו כל המבוטחים $(0.75 \cdot l_{50} \cdot P)$ המצטברת ליחידת גיל מגיל 50 לגיל 51 בהפחתת ההוצאה השקלית $(100 \cdot l_{50})$ המצטברת ליחידת גיל מגיל

50 לגיל 51 ובהפחתת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים [$10,000 \cdot (l_{50} - l_{51})$].

לכן בתא G8 נרשום:

= G7*1.055+0.75*$C$2*C55*1.055-10000*(B7-B8))*1.055- 100*B7*1.055.

התזרים בגיל 52 שווה לתזרים בגיל 51 המצטבר ליחידת גיל מ-50 ל-51 בתוספת

הפרמיה נטו ששילמו כל המבוטחים ($0.96 \cdot l_{51} \cdot P$) המצטברת ליחידת גיל מגיל 50

לגיל 51 בהפחתת ההוצאה השקלית ($10 \cdot l_{51}$) המצטברת ליחידת גיל מגיל 50 לגיל

51 ובהפחתת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים [$10,000 \cdot (l_{51} - l_{52})$].

לכן בתא G9 נרשום:

=G8*1.055+0.96*$C$2*B8*1.055-10000*(B8-B9))*1.055-10*B8*1.055.

את התא G9 נעתיק לתאים G10-G21. בתא G22 נרשום:

=G21+$C$2*0.96*B21-10*B21)*1.055-(B21-B22)*10000-B22*15000

ונקבל את התזרים הרטרוספקטיבי.

נשים לב שבתא G22 קבלנו את המספר 0 בהתאם למצופה.

בעמודה H נציג את התזרים **הפרוספקטיבי** של הפוליסה בזמנים $k = 50, \ldots 65$.

התזרים בגיל 65 שווה ל- 0 לכן נרשום בתא H22: =0. התזרים בגיל 64 שווה

לתזרים בגיל 65 מהוון ביחידת זמן בתוספת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים

[$10,000 \cdot (l_{64} - l_{65})$] מהוון ביחידת זמן בתוספת הטבת ההישרדות ששולמה לבעלי

הפוליסה שהגיעו לגיל 65 ($15,000 \cdot l_{65}$) מהוון ביחידת זמן בהפחתת הפרמיה נטו

ששילמו כל המבוטחים ($0.96 \cdot l_{64} \cdot P$) בהוספת ההוצאה השקלית ($10 \cdot l_{64}$). לכן

נרשום בתא H21:

=H22/1.055+(B21-B22)*10000/1.055-0.96*$C$2*B21+10*B21+B22*15000/1.055

בתא H20 נרשום:

=H21/1.055+(B20-B21)*10000/1.055-0.96*$C$2*B20+10*B20

את תא H21 נעתיק לתאים H20-H8. התזרים בגיל 50 שווה לתזרים בגיל 51 מהוון ביחידת זמן בתוספת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים $[10{,}000\cdot(l_{50}-l_{51})]$ מהוון ביחידת זמן בהפחתת הפרמיה נטו ששילמו כל המבוטחים $(0.75\cdot l_{64}\cdot P)$ בתוספת ההוצאה השקלית $(100\cdot l_{50})$. לכן נרשום בתא H7:

..=H8/1.055-0.75*$C$2*C55+10000*(B7-B8)/1.055+100*B7

נשים לב שבתא J55 קבלנו את הערך 0 כמצופה.

בעמודה I נציג את ערכי הפוליסה. בתא I7 נרשום G7/B7=, ונעתיק את התא לתאים I8-I22.

חישוב סימולטני של (א) ושל התזרים הרטרוספקטיבי

בתא K2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים K7-K22 נציג את התזרים הרטרוספקטיבי בהנחה שערך הפרמיה נתון בתא K2. על מנת לקבל בתא K22 את הערך $15{,}000\cdot l_{65}$ נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: K22, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: K2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית והתזרים הרטרוספקטיבי.

חישוב סימולטני של (א) ושל ערכי התזרים הפרוספקטיבי

בתא L2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים L7-L22 נציג את התזרים הפרוספקטיבי בהנחה שערך הפרמיה נתון בתא L2. על מנת לקבל בתא L7 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: L7, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: L2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית והתזרים הפרוספקטיבי.

דוגמה 5:

לקוח בן 30 רוכש את הביטוח הבא: אם הלקוח נפטר במרווח הגיל [30+k-1, 30+k), יקבלו המוטבים שלו $35{,}000\cdot 1.02^{k-1}$ ש"ח, $k=1,\ldots,30$. בתמורה משלם הלקוח פרמיות שנתיות

מידי תחילת כל שנת פוליסה במרוח הגיל [30,60] או עד מוות מוקדם. אם הלקוח חי בזמן 30+k הוא ישלם פרמיה בגובה $P+10\cdot k$ ש"ח, $k=0,\dots,29$.

(א) חשב את P,

(ב) הצג את תזרימי הפוליסה ואת ערכי הפוליסה.

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: A1967-70, **ריבית:** שנתית **4%**.

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 5**"

(א) חלק זה פתרנו באופן מפורט בדוגמה 5 פרק ב'. לשם השלמות אנו מציגים פתרון לחלק זה בעמודות C-D.

(ב) בעמודה F נציג את התזרים **הרטרוספקטיבי** של הפוליסה בגילים $k=30,\dots60$.

התזרים בגיל 30 שווה לאפס לכן נרשום בתא F7 =0. התזרים בגיל 31 שווה לתזרים בגיל 30 כלומר הערך ב- F8 המצטבר ליחידת גיל מגיל 30 לגיל 31, בתוספת הפרמיה ששילמו כל המבוטחים $(l_{50}\cdot(P+10\cdot0))$ המצטברת ליחידת גיל, מגיל 30 לגיל 31 בהפחתת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים $[35{,}000\cdot1.02^{1-1}\cdot(l_{50}-l_{51})]$. לכן בתא F8 נרשום:

=F7*1.04+($C$2+10*(A7-30))*B7*1.04-35000*1.02^(A8-31)*(B7-B8))*1.04.

את התא F8 נעתיק לתאים F9-F37 ונקבל את התזרים הרטרוספקטיבי.

נשים לב שבתא F37 קבלנו את המספר 0 בהתאם למצופה.

בעמודה G נציג את התזרים **הפרוספקטיבי** של הפוליסה בזמנים $k=30,\dots60$.

התזרים בגיל 60 שווה ל 0 לכן נרשום בתא G37: =0. התזרים בגיל 59 שווה לתזרים בגיל 60 מהוון ביחידת זמן בתוספת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים

$[35{,}000\cdot 1.02^{30-1}(l_{64}-l_{65})]$ מהוון ביחידת זמן בהפחתת הפרמיה ששילמו כל

המבוטחים $(l_{59}\cdot (P+10\cdot 29))$. לכן נרשום בתא G36:

.=G37/1.04-($C$2+10*(A36-30)* C64+35000*1.02^(A36-30)*(B36-B37))/1.04

את תא G36 נעתיק לתאים G7-G35.

נשים לב שבתא G7 קבלנו את הערך 0 כמצופה.

בעמודה H נציג את ערכי הפוליסה. בתא H7 נרשום F7/B7=, ונעתיק את התא לתאים H8-H37

חישוב סימולטני של (א) ושל התזרים הרטרוספקטיבי

בתא J2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים J7-J37 נציג את התזרים הרטרוספקטיבי בהתאם לערך הפרמיה נתון בתא J2. על מנת לקבל בתא J37 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: J37, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: J2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית ואת התזרים הרטרוספקטיבי.

חישוב סימולטני של (א) ושל ערכי התזרים הפרוספקטיבי

בתא K2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים K7-K37 נציג את התזרים הפרוספקטיבי בהנחה שערך הפוליסה נתון בתא K2. על מנת לקבל בתא K7 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: K7, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: K2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית ואת התזרים הפרוספקטיבי.

דוגמה 6:

לקוח בן 35 רוכש את הביטוח הבא: אם הלקוח נפטר במרווח הגיל [35, 65] יקבלו המוטבים שלו 10,000 ש"ח בסוף שנת המוות, ואם הלקוח הגיע לגיל 65 הוא יקבל קצבה שנתית בגובה

24,000 ש"ח כל עוד הוא חי. הקצבה הראשונה משולמת ביום ההולדת ה- 65 של הלקוח.

בתמורה ישלם הלקוח פרמיות שנתיות שוות במרווח הגיל [35,60] או עד מוות מוקדם.

(א) חשב את הפרמיה השנתית,

(ב) הצג את תזרימי הפוליסה ואת ערכי הפוליסה.

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: A1967-70, **ריבית:** שנתית 4%, **הוצאה ראשונה:** 20% מהפרמיה, **הוצאת חידוש:** 4% מכל פרמיה למעט הפרמיה הראשונה, **הוצאת תשלום הטבת מוות:** 200 ש"ח, **הוצאת תשלום קצבה:** 500 ש"ח.

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 6**"

(א) בתאים C7-C31 נציג את **תזרים הפרמיות נטו** מהוון לראשית.

בתא C7 נרשום =0.8*B7*1.04^-A7. בתא C8 נרשום: =096*B8*1.04^-A8. את התא C8 נעתיק לתאים C9-C31. בתא C6 נציג את ערך תזרים הפרמיות מהוון לראשית ונרשום: =sum (C7:C31).

בתאים D8-D37 נציג את **תזרים** של **הטבת המוות ברוטו** מהוון לראשית.

בתא D8 נרשום: =10200*(B7-B8)*1.04^-A8 ונעתיק את התא לתאים D9-D37.

בתא D6 נציג את ערך תזרים הטבות המוות ברוטו מהוון לראשית ונרשום:

=sum (D8:D37).

בתאים E37-E82 נציג את **תזרים הקצבאות ברוטו** מהוון לראשית.

בתא E37 נרשום: =24500*B37*1.04^-A37. את התא נעתיק לתאים E38-E82.

בתא E6 נציג את ערך תזרים הקצבאות ברוטו מהוון לראשית ונרשום:
=sum (E37:E82).

בתא C2 נחשב את הפרמיה ונרשום: =(D6+E6)/C6.

(ב) בעמודה G נציג את התזרים **הרטרוספקטיבי** של הפוליסה בגילים $k=35,\ldots 110$.

למען הבהירות נחלק את החישוב לארבעה שלבים.

שלב א: גילאים 35-60 בו משולמות פרמיות בתחילת כל שנת פוליסה.

התזרים בגיל 35 שווה לאפס לכן נרשום בתא G7 =0. התזרים בגיל 36 שווה לתזרים בגיל 35 כלומר הערך ב- G7 המצטבר ליחידת גיל מגיל 35 לגיל 36 בתוספת הפרמיה נטו ששילמו כל המבוטחים $(0.8\cdot l_{35}\cdot E2)$ המצטברת ליחידת גיל מגיל 35 לגיל 36 ובהפחתת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים $[10{,}200\cdot(l_{35}-l_{36})]$. לכן בתא G8 נרשום:

=G7*1.04+0.8*$C$2*B7*1.04-10200*(B7-B8).

התזרים בגיל 37 שווה לתזרים בגיל 36 כלומר הערך ב- G8 המצטבר ליחידת גיל מגיל 36 לגיל 37 בתוספת הפרמיה ששילמו כל המבוטחים $(0.96\cdot l_{36}\cdot E2)$ ובהפחתת הסכום ששולם למוטבים של הנפטרים $[10{,}200\cdot(l_{36}-l_{37})]$. לכן בתא G9 נרשום:

=G8*1.04+0.96*$C$2*B8*1.04-10200*(B8-B9).

את התא G9 נעתיק לתאים G10-G32.

שלב ב: גילאים 61-64 בו משולמות הטבת מוות בלבד בסוף כל שנת פוליסה.

מאחר ותשלום הפרמיות נפסק בשנת הגיל 60 נרשום בתא G33:

=G32*1.04-10200*(B32-B33). את התא G33 נעתיק לתאים G34-G36.

שלב ג: גיל 65 בו משולמות הטבת מוות וקצבה.

מאחר ובגיל 65 משולמת לראשונה קצבה נרשום בתא G37:

=G36*1.04-10200*(B36-B37)-24500*B37.

שלב ד: מגיל 66 ומעלה בהם משולמת רק קצבה.

מאחר ותשלום הטבת המוות נפסק בסוף שנת הגיל 65 נרשום בתא G38:

G37*1.04-24500*B38=. את התא G38 נעתיק לתאים G39-G82.

לאחר שלב ד אנו מקבלים את התזרים הרטרוספקטבי. נשים לב שבתא G82

קבלנו את המספר 0 בהתאם למצופה.

בעמודה H נציג את התזרים **הפרוספקטיבי** של הפוליסה בזמנים $k = 35, \ldots 110$.

למען הבהירות נחלק את החישוב לארבעה שלבים.

שלב א: מרווח הגיל (65, 110) בו משולמת רק קצבה.

התזרים בגיל 110 שווה ל 0 לכן נרשום בתא H82: 0=. התזרים בגיל 109 שווה

לתזרים בגיל 110 בתוספת הקצבה ברוטו ששולמה לבעלי הפוליסה בגיל 110

$[24{,}500 \cdot l_{110}]$ שניהם מהוונים ביחידת זמן. לכן נרשום בתא H81:

H82/1.04+24500*B82/1.04=. את תא H81 נעתיק לתאים H37-H80.

שלב ב: שנת הגיל 64 בה משולמת קצבה והטבת מוות.

מאחר ותשלום הטבות המוות מתחיל בגיל 65 והקצבה הראשונה משולמת בגיל 65

נרשום בתא H36:

=H37/1.04+(B36-B37)*10200/1.04+B37*24500/1.04

שלב ג: מרווח הגיל (60, 64] בה משולמת רק הטבת מוות.

בתא H35 נרשום: H36/1.04+(B35-B36)*10200/1.04=. את תא H35

נעתיק לתאים H32-H35.

שלב ד: מרווח הגיל (36, 60] בה משולמת הטבת מוות ופרמיית נטו בשיעור 96%.

בתא H31 נרשום:

= H32/1.04+10200*(H31-H32)/1.04-0.96*$C$2*B31

את תא H31 נעתיק לתאים H8-H30.

שלב ה: שנת הגיל 35 בה משולמת הטבת מוות ופרמיית נטו בשיעור 80%.

בתא H7 נרשום:

=H8/1.04+10200*(H7-H8)/1.04-0.8*$C$2*B7

נשים לב שבתא H7 קבלנו את הערך 0 כמצופה.

חישוב סימולטני של (א) ושל התזרים הרטרוספקטיבי

בתא K2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים K7-K82 נציג את התזרים הרטרוספקטיבי בהתאם לערך הפרמיה הנתון בתא K2. על מנת לקבל בתא K82 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: K82, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: K2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית ואת התזרים הרטרוספקטיבי.

חישוב סימולטני של (א) ושל ערכי התזרים הפרוספקטיבי

בתא L2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים L7-L82 נציג את התזרים הפרוספקטיבי בהתאם לערך הפרמיה נתון בתא L2. על מנת לקבל בתא L7 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: L7, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: L2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית ואת התזרים הפרוספקטיבי.

דוגמה 7 :

לקוח בן 30 רוכש פוליסה שתוקפה ל- 35 שנה. הפוליסה מבטיחה למוטבים של הלקוח קצבה חודשית ודאית בגובה 3,500 ₪ המשולמת מסוף חודש מותו של הלקוח עד שתוקף הפוליסה פג. בתמורה משלם הלקוח פרמיות שנתיות שוות מראש משך 15 שנה או עד מוות מוקדם.

(א) חשב את הפרמיה השנתית,

(ב) חשב את ערכי הפוליסה החודשיים.

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: A1967-70, **ריבית**: שנתית **5%**.

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 7**".

בתא B1 נציג את הריבית החודשית השקולה לריבית השנתית השווה ל- 5% ונרשום:

=(1+A1/100)^(1/12). בעמודה A נציג את הגילים החודשיים.

(א) בעמודת העזר C נציג את המספר 1 מידי 12 חודש עד גיל 540 (לא כולל) וביתר הגילים (עד גיל 780) נציג את המספר 0. בתא C7 נרשום:

=1*and(mod(a7,12)=0,A7<540) ונעתיק אותו לתאים C8-C427.

בעמודה D נציג את תזרים הפרמיות.

בתא D7 נרשום: =B7*C7*$B$1^(360-A7) ונעתיק אותו לתאים D8-D427 .

בעמודה E נציג את גורמי ההיוון החודשיים.

בתא E7 נרשום: =$B$1^(360-A7) ונעתיק אותו לתאים E8-E427.

בעמודה F נציג את ערכי הטבות המוות מהוונים לעת ההנפקה עבור קצבה חודשית בגובה 1 ₪. (אנו מחשבים את ערך הקצבה המשולמת **לאורך כל התקופה** מהוונת לעת ההנפקה לקצבה חודשית בגובה 1 ₪.) בתא F8 נרשום: =sum(E8:$E$247) ונעתיק אותו לתאים F9-F247.

בעמודה G נציג את תזרים הטבות המוות. בתא G8 נרשום =(B7-B8)*F8 ונעתיק אותו לתאים G9-G247.

בתא G6 נציג את ערך התזרים נרשום: =sum(G7:G247).

בתא G2 נחשב את הפרמיה השנתית ונרשום =3500*G6/D6.

חישוב אלטרנטיבי לערך תזרים הטבת המוות

הטבת המוות המשולמת **בפועל** בגיל 361 מחושבת בעת ההנפקה שווה ל:

$$(l_{360} - l_{361}) \cdot v$$

הטבת המוות המשולמת **בפועל** בגיל 362 מחושבת בעת ההנפקה שווה ל:

$$(l_{360}-l_{361})\cdot v^2+(l_{361}-l_{362})\cdot v^2=(l_{360}-l_{362})\cdot v^2$$

הטבת המוות המשולמת **בפועל** בגיל 362 מחושבת בעת ההנפקה שווה ל:

$$(l_{360}-l_{361})\cdot v^3+(l_{361}-l_{362})\cdot v^3+(l_{362}-l_{363})\cdot v^3=(l_{360}-l_{363})\cdot v^3$$

וכך הלאה.

לכן בתא H8 נרשום: =($B$7-B8)*$B$1^(360-A8) ונעתיק אותו לתאים H9-H247.

בתא H6 נציג את ערך התזרים נרשום: =sum(H7:H247).

בתא G2 נרשום: =G6/D6*3500 ונקבל את גובה הפרמיה השנתית המבוקשת.

הערה:

לעיתים יש עניין להוריד מסכום הכסף לא רק את התשלומים **בפועל** של הטבת המוות אלא את **כל תשלומי ההטבה העתידיים** (כפי שעשינו בחישוב הפרמיה בעמודה G). לכן ניתן לחשב את התזרימים תחת שתי הנחות שונות:

הנחה 1: מפחיתים בסוף החודש את תשלומי הקצבה שהחברה משלמת **בפועל** למוטבים של לקוחות שנפטרו.

הנחה 2: מפחיתים בסוף בחודש המוות של הלקוח את ערך תזרים **כל הקצבה** העתידית של המוטבים של הלקוח שנפטר.

(ב) חישוב סימולטני של (א) ושל התזרים הרטרוספקטיבי תחת הנחה 1

בתא J2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים J7-J427 נציג את התזרים הרטרוספקטיבי בהתאם לערך הפרמיה נתון בתא J2.

בתא J7 נרשום: 0= ובתא J8 נרשום: =(J7+$J$2*7*B7)*$B$1-($B$7-B8)*3500,

ונעתיק את התא לתאים J9-J427.

על מנת לקבל בתא J427 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: J427,

את הערך: 0, **על ידי שינוי ערך התא**:J2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה

השנתית ואת התזרים הרטרוספקטיבי.

חישוב סימולטני של (א) ושל ערכי התזרים הפרוספקטיבי תחת הנחה 1

בתא K2 ננקוב מספר שרירותי המציין ערך שגוי של הפרמיה. בתאים K7-K427 נציג

את התזרים הפרוספקטיבי בהתאם לערך הפרמיה נתון בתא K2.

בתא K427 נרשום: 0= ובתא K426 נרשום:

=K427/$B41+($B$7-B427)*3500/$B41-$K$2*B426*C426

ונעתיק את התא לתאים K7-K425.

על מנת לקבל בתא K7 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: K7, **את**

הערך: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: K2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה

השנתית ואת התזרים הפרוספקטיבי.

חישוב סימולטני של (א) ושל התזרים הרטרוספקטיבי תחת הנחה 2

בתא N2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה. בתאים N7-N427 נציג את התזרים

הרטרוספקטיבי ה**אלטרנטיבי** בהתאם לערך הפרמיה נתון בתא N2.

בתא N7 נרשום: 0= ובתא N8 נרשום:

=(N7+$N$2*7*B7)*$B$1-(B7-B8)*350*F8*$B$1^(A8-360)

ונעתיק את התא לתאים N9-N427.

על מנת לקבל בתא N427 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: N427,

את הערך: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: N2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה

השנתית ואת התזרים הרטרוספקטיבי **האלטרנטיבי** .

חישוב סימולטני של (א) ושל ערכי התזרים הפרוספקטיבי תחת הנחה 2

בתא O2 ננקוב מספר שרירותי המציין ערך שגוי של הפרמיה. בתאים O7-O427 נציג את התזרים הפרוספקטיבי **האלטרנטיבי** בהתאם לערך הפרמיה נתון בתא O2.

בתא O427 נרשום: 0= ובתא O426 נרשום:

= O427/$B41+(B246-B427)*3500*F247*$B$1^(A427-360)/B -$O$2*B426*C426

ונעתיק את התא לתאים O7-O425.

על מנת לקבל בתא O7 את הערך 0 נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: O7, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך התא**: O2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית ואת התזרים הפרוספקטיבי **האלטרנטיבי**.

7. הערות:

(א) את תזרימי וערכי פוליסה ניתן לחשב על הבסיס אשר שימש את חברת הביטוח בחישוב הפרמיה,או ניתן לחשב את התזרימים וערכי הפוליסה על סמך בסיס שונה,

(ב) אם לחישוב תזרימי פוליסה משתמשים בבסיס אשר שימש את החברה בחישוב הפרמיה אזי, כפי שראינו בתחילת הפרק, בכל נקודת זמן שווה ערך התזרים הרטרוספקטיבי לערך תזרים הפרוספקטיבי,

(ג) במקרים בהם הלקוח מבקש לבצע שינוי בפוליסה שלו משמש אחד מערכי הפוליסה בעת השינוי, על פי קביעה מראש, כחלק מהתשלום עבור הפוליסה המעודכנת.

דוגמה 8:

לקוח בן 480 חודש רוכש פוליסה ל 300 חודש עם הטבת מוות בגובה 50,000 ש"ח המשולמת בסוף חצי השנה בה נפטר הלקוח משך חיי הפוליסה, ועם הטבת פירעון בגובה 75,000 ש"ח המשולמת ללקוח בהגיעו לגיל 780. בתמורה משלם הלקוח פרמיות רבעוניות שוות מראש בגובה P במרווח הגיל [480, 660] או כל עוד הוא חי.

(א) חשב את גובה הפרמיה הרבעונית P.

(ב) חשב את תזרימי הפוליסה ואת תזרים ערך הפוליסה.

בגיל 510 חודש, ממש לפני תשלום הפרמיה, מבקש הלקוח לשנות את הפוליסה לפי הפרוט הבא: להמיר את הפוליסה שלו בפוליסת ביטוח לכל החיים עם הטבת מוות בגובה 50,000 ש"ח המשולמת בסוף כל שנת פוליסה בה ארע מוות. בתמורה ישלם הלקוח מראש פרמיות חודשיות שוות בגובה P(1) מזמן השינוי ועד גיל 780 חודש או כל עוד הוא חי. חברת הביטוח מסכימה לשינוי וזוקפת לזכות בעל הפוליסה את ערך הפוליסה בעת השינוי.

(ג) חשב את הפרמיה החודשית P(1).

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: .L.M.S.M **ריבית**: שנתית 6% , **הוצאת שינוי הפוליסה**: 1,000 ש"ח.

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 8**"

בתא B1 נציג את הריבית החודשית השקולה לריבית השנתית השווה ל- 6%.

(א) בעמודת העזר C נציג את המספר 1 כל רבעון עד גיל 660 (לא כולל) וביתר התאים נציג את המספר 0.

בתא C7 נרשום: =1*and(mod(a7,3)=0,A7<660) ונעתיק אותו לתאים C8-C631.

בעמודה D נציג את תזרים הפרמיות מהוון לראשית .

בתא D7 נרשום: =B7*C7*$B$1^(-A7) ונעתיק אותו לתאים D8-D631.

בתא D6 נציג את ערך תזרים הפרמיות ונרשום: =sum(D7:D631).

בעמודת העזר E נציג את המספר 1 כל 6 חודש עד גיל 780 וביתר התאים נציג את המספר 0.

בתא E7 נרשום: =1*and(mod(a7,12)=0,A7<=780) ונעתיק אותו לתאים E8-E631.

בעמודה F נציג את ערכי הטבות המוות מהוונות לראשית.

בתא F13 נרשום: =(B7-B13)*50,000*E13*$B$1^(-A13) ונעתיק אותו לתאים F14-F307. בתא F6 נציג את ערך תזרים ההטבות ונרשום: =sum(F7:F307).

בתא G6 נציג את ערך תזרים הפירעון ונרשום: =75,000*B307*B1^(-A307).

בתא D2 נחשב את הפרמיה הרבעונית P ונרשום =(F6+G6)/D6.

(ב) על מנת לוודא שחישוב הפרמיה P בתא D2 אינו שגוי נחשב סימולטאנית בעמודות I ו J את P ואת ערכי הפוליסה

(ג) בתאים M37-M306 נציג את תזרים הפרמיות החודשיות מהוון ל 510.

בתא M37 נרשום: =B37*$O$1^(510-A37) ונעתיק אותו לתאים M38-M306.

בתא M6 נציג את ערך תזרים הפרמיות המהוון ל- 510 ונרשום: =sum(M7:M632).

בעמודת העזר N נציג את המספר 1 כל 12 חודש וביתר התאים נציג את המספר 0.

בתא N7 נרשום: =1*and(mod(a7,12)=0,A7>510) ונעתיק אותו לתאים N8-N631.

בעמודה O נציג את תזרים הטבות המוות השנתיות.

בתא O43 נרשום: =(B37-B43)*50,000*N43*$O$1^(510-A43)

(התשלום הראשון הוא אחר חצי שנה) ובתא O55 נרשום:

=(B43-B55)*50,000*N55*$O$1^(510-A55). את התא O55 נעתיק לתאים O56-O631.

בתא O6 נציג את ערך תזרים הטבות המוות מהוון ל- 510 ונרשום:

.=sum(O7:O631)

בתא M2 נציג את הפרמיה המעודכנת P(1) ונרשום: =(O6+1000*B37-J37)/M6.

על מנת לוודא שחישוב הפרמיה P(1) בתא M2 אינו שגוי נחשב בעמודות R ו S

סימולטאנית את P(1) ואת ערכי הפוליסה.

נסיים את הסעיף בניתוח **רווח/ הפסד** של חברת הביטוח ביחידת זמן. ראשית נציג את הניתוח בדוגמה הבאה

דוגמה 9:

לפני 10 שנים הנפיקה חברת ביטוח, ללקוחות שהיו אז בני 40, פוליסת חיים מעורבת ל- 20 שנה בסכום מובטח השווה ל- 10,000 ₪. בתמורה משלמים המבוטחים פרמיות שנתית ב- 15 השנים הראשונות או עד מוות מוקדם.

(א) לפני שנה היו עדין 500 פוליסות בתוקף ומשך השנה נפטרו 3 בעלי פוליסה. חשב את הרווח/ההפסד של מנפיק הפוליסה לשנה. (רווח/ ההפסד בשל שינוי ב- **תמותה**)

(ב) לפני שנה היו עדין 500 פוליסות בתוקף ומשך השנה נפטרו 2 בעלי פוליסה. חשב את הרווח/ ההפסד של מנפיק הפוליסה לשנה. (רווח/ ההפסד בשל שינוי ב- **תמותה**)

(ג) לפני שנה היו עדין 500 פוליסות בתוקף והתשואה משך השנה הייתה 3%. חשב את הרווח/ ההפסד של מנפיק הפוליסה לשנה. (רווח/ ההפסד בשל שינוי ב- **ריבית**)

(ד) לפני שנה היו עדין 500 פוליסות בתוקף והתשואה משך השנה הייתה 4.5%. חשב את הרווח/ ההפסד של מנפיק הפוליסה לשנה. (רווח/ ההפסד בשל שינוי ב- **ריבית**)

(ה) לפני שנה היו עדין 500 פוליסות בתוקף ומשך השנה פרשו 4 מבוטחים וקבלו בסוף שנת הפרישה 85% מערך הפוליסה בסוף שנת הפרישה חשב את הרווח/ ההפסד של מנפיק הפוליסה לשנה. (רווח/ ההפסד בשל **פרישה**)

(ו) לפני שנה היו עדין 500 פוליסות בתוקף ומשך השנה נפטרו 3 בעלי פוליסה, התשואה משך

השנה הייתה 3%, ומשך השנה פרשו 4 מבוטחים וקבלו בסוף שנת הפרישה 85% מערך הפוליסה בסוף שנת הפרישה חשב את הרווח/ ההפסד של מנפיק הפוליסה לשנה.

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: A1967-70, **ריבית:** שנתית 4%, **הוצאת חידוש:** 5% מכל פרמיה כולל את הראשונה,

הוצאת תביעה: 100 ש"ח בעת תשלום הטבת המוות או הטבת הפירעון.

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 9**".

בתא C1 F1 ו G1 נציג את ערך הפרמיה. בעמודות F ו G נחשב את תזרימי הפוליסה.

(א)- (ו)

בכל אחד משש המקרים נחשב את שני הגדלים הבאים:

כסף צפוי: כמות הכסף החייבת להיות בקופה בסוף השנה על מנת לעמוד בכל ההתחייבויות העתידיות.

הכסף הצפוי שווה ל:

ערך הפוליסה בתחילת השנה העוקבת **מוכפל** במספר בעלי הפוליסה בסוף השנה.

כסף בפועל: כמות הכסף שתהיה בקופה בפועל בסוף השנה.

הכסף בפועל שווה ל:

תזרים הכסף הנכנס משך השנה מחושב בסוף השנה **בהפחתת** תזרים הכסף היוצא משך השנה מחושב בסוף השנה **בתוספת** כמות הכסף שיש בקופה בתחילת השנה (טרם ההכנסות וההוצאות) מצטברת לסוף השנה.

הרווח/ ההפסד לשנה שווה ל:

"כסף בפועל" **פחות** ה"כסף הצפוי".

השנה אליה אנו מתייחסים היא שנת הגיל 49 (מרווח הגיל [49, 50)). יהי **V(0)** ערך הפוליסה בגיל 49 , (בתא J2) יהי **V(1)** ערך הפוליסה בגיל 50, (K2) ויהי d המספר הנפטרים בשנה זו לפי טבלת התמותה המתאימה. (L2).

(א)

כסף צפוי (אותו נחשב בתא J5)

מספר בעלי הפוליסה בסוף השנה שווה ל: 3-500. **הכסף הצפוי**, שווה ל: $(500-3)\cdot V(1)$.

לכן נרשום בתא J5: =(500-3)*K2.

הכסף בפועל (אותו נחשב בתא K5)

בעלי הפוליסה משלמים בגיל 49 פרמיות נטו בשווי ($500\cdot 0.95\cdot P$) ומנפיק הפוליסה משלם בגיל 50 תביעות ברוטו בסך ($3\cdot 10100$). **הכסף בפועל** שווה ל:

$500\cdot(V(0)+0.95\cdot P)\cdot 1.04-3\cdot 10100$.

לכן נרשום בתא K5: =500*(J2+0.95*C1)*1.04-3*10100.

הרווח/ ההפסד (אותו נחשב בתא L5)

בתא L5 נחשב את הרווח/ ההפסד לשנה ונרשום: =K5-J5.

מסקנה:

המספר הממוצע של נפטרים בשנת הגיל 49 שווה ל: 2.13 מאחר ונפטרו יותר לקוחות ממצופה החברה המנפיקה שילמה בשנה זו יותר מאשר צפתה ולכן הפסידה.

(ב)

כסף צפוי (אותו נחשב בתא J6)

מספר בעלי הפוליסה בסוף השנה שווה ל: 2-500. **הכסף הצפוי**, שווה ל: $(500-2)\cdot V(1)$.

לכן נרשום בתא J6: =(500-2)*K2.

הכסף בפועל (אותו נחשב בתא K6)

בעלי הפוליסה משלמים בגיל 49 פרמיות נטו בשווי $(500\cdot 0.95\cdot P)$ ומנפיק הפוליסה משלם

בגיל 50 תביעות ברוטו בסך $(2\cdot 10100)$. **הכסף בפועל** שווה ל:

$500\cdot(V(0)+0.95\cdot P)\cdot 1.04-2\cdot 10100$.

לכן נרשום בתא K6: =500*(J2+0.95*C1)*1.04-2*10100.

הרווח/ ההפסד (אותו נחשב בתא L6)

בתא L6 נחשב את הרווח/ ההפסד לשנה ונרשום: =K6-J6.

מסקנה:

המספר הממוצע של נפטרים בשנת הגיל 49 שווה ל: 2.13 מאחר ונפטרו פחות

לקוחות ממצופה החברה המנפיקה שילמה בשנה זו פחות מאשר צפתה ולכן הרויחה.

(ג)

כסף צפוי (אותו נחשב בתא J9)

מספר בעלי הפוליסה בסוף השנה שווה ל: 500-d. **הכסף הצפוי**, שווה ל: $(500-d)\cdot V(1)$.

לכן נרשום בתא J9: =(500-L2)*K2.

הכסף בפועל (אותו נחשב בתא K9)

בעלי הפוליסה משלמים בגיל 49 פרמיות נטו בשווי $(500\cdot 0.95\cdot P)$ ומנפיק הפוליסה משלם

בגיל 50 תביעות ברוטו בסך $(d\cdot 10100)$. **הכסף בפועל** שווה ל:

$500\cdot(V(0)+0.95\cdot P)\cdot 1.03-d\cdot 10100$.

לכן נרשום בתא K9: =500*(J2+0.95*C1)*1.03-d*10100.

הרווח/ ההפסד (אותו נחשב בתא L9)

בתא L9 נחשב את הרווח/ ההפסד לשנה ונרשום: =K9-J9.

מסקנה:

מאחר והתשואה בשנה זו הייתה 3% ולא כצפוי 4% החברה המנפיקה הפסידה

בשנה זו

(ד)

כסף צפוי (אותו נחשב בתא J10)

מספר בעלי הפוליסה בסוף השנה שווה ל: 500-d. **הכסף הצפוי**, שווה ל: $(500-d)\cdot V(1)$.

לכן נרשום בתא J9: =(500-L2)*K2.

הכסף בפועל (אותו נחשב בתא K10)

בעלי הפוליסה משלמים בגיל 49 פרמיות נטו בשווי ($500\cdot 0.95\cdot P$) ומנפיק הפוליסה משלם בגיל 50 תביעות ברוטו בסך ($d\cdot 10100$). **הכסף בפועל** שווה ל:

$500\cdot (V(0)+0.95\cdot P)\cdot 1.045-d\cdot 10100$.

לכן נרשום בתא K9: =500*(J2+0.95*C1)*1.045-d*10100.

הרווח/ ההפסד (אותו נחשב בתא L10)

בתא L10 נחשב את הרווח/ ההפסד לשנה ונרשום: =K10-J10.

מסקנה:

מאחר והתשואה בשנה זו הייתה 4.5% ולא כצפוי 4% החברה המנפיקה מרוויחה בשנה זו

(ה)

כסף צפוי (אותו נחשב בתא J13)

מספר בעלי הפוליסה בסוף השנה שווה ל: 500-d-4. **הכסף הצפוי**, שווה ל:

$(500-d-4)\cdot V(1)$. לכן נרשום בתא J13: =(500-L2-4)*K2.

הכסף בפועל (אותו נחשב בתא K13)

בעלי הפוליסה משלמים בגיל 49 פרמיות נטו בשווי ($500\cdot 0.95\cdot P$) ומנפיק הפוליסה משלם בגיל 50 תביעות ברוטו למוטבים של הנפטרים בסך ($d\cdot 10100$) ולנושרים בסך ($4\cdot 0.85\cdot V(1)$). **הכסף בפועל** שווה ל:

$500\cdot(V(0)+0.95\cdot P)\cdot 1.04-d\cdot 10100-4\cdot 0.85\cdot V(1)$.

לכן נרשום בתא K13: =500*(J2+0.95*C1)*1.04-L22*10100 –4*0.85*K2.

הרווח/ ההפסד (אותו נחשב בתא L13)

בתא L13 נחשב את **הרווח/ ההפסד** לשנה ונרשום: =K13-L13

מסקנה:

מאחר וכל נושר מקבל פחות מערך הפוליסה בגיל 50 החברה המנפיקה מרוויחה בשנה זו.

(ו)

כסף צפוי (אותו נחשב בתא J16)

מספר בעלי הפוליסה בסוף השנה שווה ל:500-3-4 . **הכסף הצפוי**, שווה ל: $(500-3-4)\cdot V(1)$. לכן נרשום בתא J16: =(500-3-4)*K2.

הכסף בפועל (אותו נחשב בתא K16)

בעלי הפוליסה משלמים בגיל 49 פרמיות נטו בשווי $(500\cdot 0.95\cdot P)$ ומנפיק הפוליסה משלם בגיל 50 תביעות ברוטו למוטבים של הנפטרים בסך $(3\cdot 10100)$ ולנושרים בסך $(4\cdot 0.85\cdot V(1))$. **הכסף בפועל** שווה ל: $500\cdot(V(0)+0.95\cdot P)\cdot 1.03-3\cdot 10100-4\cdot 0.85\cdot V(1)$.

לכן נרשום בתא K16: =500*(J2+0.95*C1)*1.03-3*10100-4*0.85*K2.

הרווח/ ההפסד (אותו נחשב בתא L16)

בתא L16 נחשב את **הרווח/ ההפסד** לשנה ונרשום: =K16-L16

הערות:

(1) נשים לב ש **הרווח/ הפסד** במקרה זה שווה ל:

הרווח/ הפסד במקרה (א)+ הרווח/ הפסד במקרה (ג)+ הרווח/ הפסד (ה), כפי שרואים בתא L17.

(2) בתאים המתאימים בעמודות M , N ו O בצענו בדיקה בה הצבנו במקום הפרמטר

הרלוונטי את ערכו המצופה.

נחזור לניתוח רווח/ הפסד ביחידת זמן.

סימונים:

(א) יהי **V(0)** ערך הפוליסה בתחילת שנת הפוליסה ויהי **V(1)** ערך הפוליסה בסוף שנת הפוליסה,

(ב) יהי **P** תשלום הנטו של הלקוח בתחילת שנת הפוליסה, יהי **D** תשלום ההטבה ברוטו בסוף שנת הפוליסה ויהי **S** הטבת השרידות ברוטו המשולמת בסוף שנת הפוליסה

(ג) תהי **i** התשואה המצופה בשנת הפוליסה,ויהי **N** מספר בעלי הפוליסה בתחילת שנת הפוליסה,

(ד) תהי q ההסתברות שנפש החיה בתחילת שנת הפוליסה תחיה בסוף שנת הפוליסה,

(ה) יהי τ התשלום שמקבל לקוח הפורש בסוף שנת הפוליסה.

הערות:

(א) המספר המצופה של מיתות בשנת הפוליסה שווה ל $N \cdot q$

(ב) שלוש סיבות יכולות לגרום לרווח/ הפסד בפועל בכל יחידת זמן, **תמותה**, **תשואה**, ו **פרישה**.

רווח/ הפסד בגין תמותה:

תמותה	תשואה	פרישה
d	מצופה	אין

כסף צפוי:

$V(1) \cdot (N-d)$,

כסף בפועל:

$$N \cdot (V(0)+P) \cdot (1+i) - d \cdot D - (N-d) \cdot S$$

הרוח/ הפסד בגין תמותה:

$$N \cdot (V(0)+P) \cdot (1+i) - d \cdot D - (N-d) \cdot S - V(1) \cdot (N-d).$$

רווח/ הפסד בגין תשואה:

תמותה	תשואה	פרישה
מצופה	j	אין

כסף צפוי:

$$V(1)\cdot(N-N\cdot q),$$

כסף בפועל:

$$N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+j)-N\cdot q\cdot D-N\cdot(1-q)\cdot S$$

הרווח/ הפסד בגין תשואה:

$$N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+j)-N\cdot q\cdot D-N\cdot(1-q)\cdot S - V(1)\cdot(N-N\cdot q).$$

רווח/ הפסד בגין פרישה:

תמותה	תשואה	פרישה
מצופה	מצופה	w

כסף צפוי:

$$V(1)\cdot(N-N\cdot q-w),$$

כסף בפועל:

$$N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+i)-N\cdot q\cdot D-w\cdot\tau-N\cdot(1-q)\cdot S$$

הרווח/ הפסד בגין פרישה:

$$V(1)\cdot(N-N\cdot q-w) \text{ -} N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+i)-N\cdot q\cdot D-w\cdot\tau-N\cdot(1-q)\cdot S.$$

הערות:

(א) אם משך שנת הפוליסה הכול קרה כצפוי כלומר:

תמותה	תשואה	פרישה
מצופה	מצופה	אין

אז:

כסף צפוי:

$$V(1)\cdot(N-N\cdot q),$$

כסף בפועל:

$$N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+i)-N\cdot q\cdot D-N\cdot(1-q)\cdot S$$

הרוח/ הפסד:

$$V(1)\cdot(N-N\cdot q) \text{ -} N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+i)-N\cdot q\cdot D-N\cdot(1-q)\cdot S.$$

מאחר ו:

$$N\cdot(1-q)\cdot V(1)=N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+i)-N\cdot q\cdot D-N\cdot(1-q)\cdot S$$

הרי כמצופה הרווח/ הפסד במקרה זה שווה לאפס.

(ב) אם

תמותה	תשואה	פרישה
d	j	w

אז:

כסף צפוי:

$$V(1)\cdot(N-d-w),$$

כסף בפועל:

$$N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+j)-d\cdot D-w\cdot\tau-N\cdot(1-q)\cdot S$$

הרוח/ הפסד:

$$N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+j)-d\cdot D-w\cdot\tau-N\cdot(1-q)\cdot S - V(1)\cdot(N-d-w).$$

(ג) ראשית נשים לב ש:

$$N\cdot V(1)\cdot(1-q)=N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+i)-N\cdot q\cdot D-N\cdot(1-q)\cdot S$$

את הרווח\הפסד בשל תמותה ניתן לרשום כ:

$$N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+i)-d\cdot D-(N-d)\cdot S - V(1)\cdot(N-d)=$$

$$N\cdot V(1)+P)\cdot(1-q)+Nq\cdot D+N\cdot(1-q)\cdot S-(N-d)\cdot S-V(1)\cdot(N-d)-(N-d)\cdot S=$$

$$[V(1)-D+S]\cdot(d-N\cdot q)$$

את הרווח\הפסד בשל תשואה ניתן לרשום כ:

$$N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+j)-N\cdot q\cdot D-N\cdot(1-q)\cdot S - V(1)\cdot(N-N\cdot q)=.$$

$$V(1)\cdot(N-d)]+ \quad [N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+i)-d\cdot D-$$

$$[N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+j)-N\cdot q\cdot D-\ \ V(1)\cdot(N-N\cdot q)]+$$

$$V(1)\cdot(N-N\cdot q-w)] = \quad [N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+i)-N\cdot q\cdot D-w\cdot\tau-$$

$$[N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+j)-d\cdot D-w\cdot\tau-\ \ ]V(1)\cdot(N-d-w)+$$

$$2\cdot[N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+i)-N\cdot q\cdot D\ -V(1)\cdot(N-N\cdot q)]=$$

$$N\cdot(V(0)+P)\cdot(1+j)-d\cdot D-w\cdot\tau-\ \ V(1)\cdot(N-d-w)\,.$$

לכן את הרווח/ הפסד הכללי נתן לרשום כ: רווח/ הפסד תמותה +רווח/ הפסד תשואה+ רווח/ הפסד פרישה, כפי שראינו בדוגמה 8, חלק (ו).

בתאים המתאימים בעמודות M , N ו O בצענו בדיקה בה הצבנו במקום הפרמטר הרלוונטי את ערכו המצופה.

דוגמה 10 :

לפני 15 שנה הנפיקה חברת ביטוח ללקוחות, אז בני 55, פוליסה המבטיחה להם קצבה שנתית בגובה 60,000 ש"ח המשולמת שנתית מיום ההולדת ה- 65 של הלקוח. בתמורה משלמים הלקוחות פרמיות שנתיות משך חמש השנים הראשונות לאחר הנפקת הפוליסה או עד מוות מוקדם.

(א) לפני שנה היו עדין 400 פוליסות בתוקף ומשך השנה נפטרו 7 בעלי פוליסה. חשב את הרווח/ ההפסד של מנפיק הפוליסה לשנה.

(ב) לפני שנה היו עדין 400 פוליסות בתוקף והתשואה משך השנה הייתה 8%. חשב את הרווח/ ההפסד של מנפיק הפוליסה לשנה.

(ג) לפני שנה היו עדין 400 פוליסות בתוקף ומשך השנה פרשו 4 מבוטחים וקבלו בסוף שנת הפרישה 85% מערך הפוליסה בסוף שנת הפרישה חשב את הרווח/ ההפסד של מנפיק הפוליסה לשנה.

(ד) לפני שנה היו עדין 400 פוליסות בתוקף ומשך השנה נפטרו 7 בעלי פוליסה, התשואה משך

השנה הייתה 8%, ומשך השנה פרשו 4 מבוטחים וקבלו בסוף שנת הפרישה 85% מערך הפוליסה בסוף שנת הפרישה חשב את הרווח/ ההפסד של מנפיק הפוליסה לשנה.

כל החישובים הם על בסיס:

תמותה: a(55)-f, **ריבית**: שנתית 6%.

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 10**".

בתא C1 נציג את ערך הפרמיה ובעמודות F ו G נחשב את תזרימי הפוליסה.

(א) **כסף צפוי** (אותו נחשב בתא J5)

מספר בעלי הפוליסה בסוף השנה שווה ל:400-7 . **הכסף הצפוי**, שווה ל:

$(400-7)\cdot V(1)$. לכן נרשום בתא J5: =(400-7)*K2.

הכסף בפועל (אותו נחשב בתא K5)

בעלי הפוליסה מקבלים בגיל 69 קצבאות בשווי $400\cdot 60000$. **הכסף בפועל** שווה ל:

$400\cdot(V(0)-60000)\cdot 1.06$. לכן נרשום בתא K5: 400*(J2-60000)*1.06.

הרווח/ ההפסד (אותו נחשב בתא L5)

בתא L5 נחשב את **הרווח/ ההפסד** לשנה ונרשום: =K5-L5

מסקנה:
המספר הממוצע של נפטרים בשנת הגיל 69 שווה ל: 8.3 מאחר ובסוף השנה נשארו יותר בעלי פוליסה מהצפוי החברה הפסידה.

(ב)
כסף צפוי (אותו נחשב בתא J8)

מספר בעלי הפוליסה בסוף השנה שווה ל:400-d . **הכסף הצפוי**, שווה ל:

$(400-d)\cdot V(1)$. לכן נרשום בתא J8: =(400-L2)*K2.

הכסף בפועל (אותו נחשב בתא K8)

בעלי הפוליסה מקבלים בגיל 69 קצבאות בשווי $400\cdot 60000$. **הכסף בפועל** שווה ל:

$400\cdot(V(0)-60000)\cdot1.08$. לכן נרשום בתא K8: 400*(J2-60000)*1.08.

הרווח/ ההפסד (אותו נחשב בתא L8)

בתא L5 נחשב את **הרווח/ ההפסד** לשנה ונרשום: K8-L8=

מסקנה:

מאחר והתשואה בשנה זו הייתה 8% ולא כצפוי 6% החברה המנפיקה הרוויחה

בשנה זו

(ג)

כסף צפוי (אותו נחשב בתא J11)

מספר בעלי הפוליסה בסוף השנה שווה ל: 400-d-4 **הכסף הצפוי**, שווה ל:

$(400-d-4)\cdot V(1)$. לכן נרשום בתא J8: 400-L2-4)*K2)=.

הכסף בפועל (אותו נחשב בתא K11)

בעלי הפוליסה מקבלים בגיל 69 קצבאות בשווי $400\cdot60000$. **הכסף בפועל** שווה ל:

$400\cdot(V(0)-60000)\cdot1.06-0.85\cdot4\cdot V(1)$. לכן נרשום בתא K11:

=400*(J22-60000)*1.06-0.85*4*K2

הרווח/ ההפסד (אותו נחשב בתא L11)

בתא L11 נחשב את **הרווח/ ההפסד** לשנה ונרשום: K11-L11=

מסקנה:

מאחר וכל נושר מקבל פחות מערך הפוליסה בגיל 70 החברה המנפיקה מרוויחה בשנה זו.

(ד)

כסף צפוי (אותו נחשב בתא J14)

מספר בעלי הפוליסה בסוף השנה שווה ל: 400-7-4 **הכסף הצפוי**, שווה ל:

$(400-7-4)\cdot V(1)$. לכן נרשום בתא J14: 400-3-4)*K2)=.

הכסף בפועל (אותו נחשב בתא K14)

בעלי הפוליסה מקבלים בגיל 69 קצבאות בשווי $400\cdot 60000$ והנושרים מקבלים בגיל 70 $4\cdot 0.85\cdot V(1)$. **הכסף בפועל** שווה ל: $400\cdot(V(0)-60000)\cdot 1.08-0.85\cdot 4\cdot V(1)$

. לכן נרשום בתא K14: = 400*(J2-60000)*1.08-0.85*4*K2.

הרווח/ ההפסד (אותו נחשב בתא L14)

בתא L11 נחשב את **הרווח/ ההפסד** לשנה ונרשום: =K14-L14

הערות:

(1) נשים לב ש הרווח/ הפסד במקרה זה שווה ל:

הרווח/ הפסד במקרה (א)+הרווח/ הפסד במקרה (ב)+ הרווח/ הפסד (ג), כפי שרואים בתא L15.

(2) בתאים המתאימים בעמודות M , N ו O בצענו בדיקה בה הצבנו במקום הפרמטר הרלוונטי את ערכו המצופה.

לעיתים חברה נוקבת בערכי פוליסה המחושבים על בסיס שונה מזה בו השתמשה החברה בחישוב הפרמיה. במקרים אלו ניתן להציג לכל שנת פוליסה **רווח\הפסד** בגין ערכי הפוליסה. בנוסף ניתן להשתמש בתזרים הרווח\הפסד הנ"ל לתמחור הפרמיה לפוליסה . בדוגמה הבאה נמחיש רעיונות אלו.

דוגמה 11:

לקוח בן 45 רוכש ביטוח מעורב ל- 15 שנה עם סכום מובטח השווה ל- 40,000 ₪, הטבת המוות משולמת בסוף שנת המוות משך חיי הפוליסה. בתמורה משלם הלקוח פרמיות שנתיות מראש משך חיי הפוליסה. הפרמיה השנתית מחושבת על בסיס:

תמותה: A1967-70, **ריבית:** שנתית 4%, **הוצאה ראשונית**: 1,000 ₪, **הוצאת חידוש**: 1% מכל פרמיה החל מהפרמיה השנייה.

(א) חשב את הפרמיה השנתית.

החברה נוקבת בערכי פוליסה (כולל הפרמיה) המחושבים על בסיס:

תמותה: A1967-70, **ריבית:** שנתית 4%.

(ב) חשב את תזרים הפוליסה הרטרוספקטיבי, הפרוספקטיבי, ואת ערכי הפוליסה.

(ג) חשב עבור פוליסה אחת בתוקף **בתחילת שנת הפוליסה ה- k** את הרווח\הפסד לשנת הפוליסה ה- k, מחושב בסוף שנת הפוליסה, $k=1,\ldots,15$,

(ד) חשב עבור פוליסה אחת בתוקף **בעת ההנפקה** את הרווח\הפסד לשנת הפוליסה ה- k, מחושב בסוף שנת הפוליסה, $k=1,\ldots,15$,

מנפיק הפוליסה מחשב את הפרמיה בה הוא מתמחר את הפוליסה באופן שערך תזרים הרווח\הפסד השנתי לפוליסה אחת בתוקף בעת ההנפקה (התזרים בחלק (ד)) מהוון לעת ההנפקה לפי ריבית שנתית של 15% שווה ל 22% מערך הפרמיה.

(ה) חשב את ערך הפרמיה בה מתמחר מנפיק הפוליסה את הפוליסה.

פתרון:

כל החישובים הם בקובץ אקסל בשם "**Cha3.Examples**" בגיליון בשם "**דוגמה 11**".

(א) בעמודה C מוצג תזרים הפרמיות נטו.בעמודה D מוצג תזרים ההטבות. בתא D2 מחושבת הפרמיה השנתית המבוקשת.

(ב) בעמודה F אנו מוצאים סימולטאנית את התזרים הרטרוספקטיבי ואת הפרמיה המתאימה (תא F3).

בעמודה G אנו מוצאים סימולטאנית את התזרים הפרוספקטיבי ואת הפרמיה המתאימה (תא G3).

בעמודה H אנו מוצאים את ערכי הפוליסה.

(ג) בתאים J8-J22 נחשב את ההסתברויות שנפש שחיה בתחילת שנת הפוליסה ה- k תשרוד את שנת הגיל k עבור $k=1,\ldots,15$.

בתא J8 נרשום: B8/B7= ונעתיק את התא לתאים J9-J22.

יהי מספר הפוליסות בתוקף בתחילת שנת הפוליסה ה- k שווה ל- **A(k)** , ויהי ערך

הפוליסה בסוף שנת הפוליסה ה- k נתון על ידי V_{45+k}, $k = 1,\dots,15$.

כסף צפוי בזמן 45+k עבור $k = 1,\dots,15$ (הערכים מחושבים בתאים L8-L22)

מספר בעלי הפוליסות בסוף שנת הפוליסה ה- k שווה ל:

$$A(k) \cdot \frac{l_{45+k}}{l_{45+k-1}}.$$

סך כל הכסף הצפוי בסוף שנת הפוליסה ה- k שווה ל:

$$A(k) \cdot \frac{l_{45+k}}{l_{45+k-1}} \cdot V_{45+k}.$$

לכן הכסף הצפוי לפוליסה אחת בתוקף בתחילת שנת הפוליסה ה- k שווה ל:

$$\frac{l_{45+k}}{l_{45+k-1}} \cdot V_{45+k}.$$

נרשום בתא L8 :=J8*H8 ונעתיק את התא לתאים L9-L22.

הכסף בפועל בזמן 45+k עבור $k = 1,\dots,15$ (הערכים מחושבים בתאים K8-K22)

מספר בעלי הפוליסה שנפטרו בשנת הפוליסה ה- k שווה ל:

$$A(k) \cdot \left(1 - \frac{l_{45+k}}{l_{45+k-1}}\right).$$

סך כל הכסף בפועל בסוף שנת הפוליסה הראשונה שווה ל:

$$A(1) \cdot (V_{45} + P - 1{,}000) \cdot 1.04 - 40{,}000 \cdot \left(1 - \frac{l_{46}}{l_{45}}\right).$$

לכן הכסף הצפוי בסוף שנת הפוליסה הראשונה לפוליסה אחת בתוקף בעת ההנפקה

שווה ל:

$$(V_{45}+P-1{,}000)\cdot 1.04-40{,}000\cdot(1-\frac{l_{46}}{l_{45}}).$$

נרשום בתא L8: =(H7+D2-1,000)*A2-40,000*(1-J8).

סך כל הכסף בפועל בסוף שנת הפוליסה ה- k, $k=2,\dots,15$, שווה ל:

$$A(k)\cdot(V_{45+k-1}+0.99\cdot P)\cdot 1.04-40{,}000\cdot(1-\frac{l_{45+k}}{l_{45+k-1}}).$$

לכן הכסף הצפוי בסוף שנת הפוליסה ה-k לפוליסה אחת בתוקף בתחילת שנת הפוליסה ה-k, $k=2,\dots,15$, שווה ל:

$$(V_{45+k-1}+0.99\cdot P)\cdot 1.04-40{,}000\cdot(1-\frac{l_{45+k}}{l_{45+k-1}})$$

נרשום בתא L9: =($H8+0.99*$D$2)*$A$2-40000*(1-$J9) ונעתיק את התא לתאים L10-L22.

הרווח/ ההפסד בזמן 45+k עבור $k=1,\dots,15$ (הערכים מחושבים בתאים M8-M22)

בתא M8 נחשב את **הרווח/ ההפסד** לשנה ונרשום: =K8-L8 ונעתיק את התא לתאים M9-M22.

(ד) בתאים P7-P21 נחשב את ההסתברויות לשרוד מזמן הנפקת הפוליסה עד תחילת שנת הפוליסה ה- k עבור $k=1,\dots,15$. בתא P7 נרשום: =B7/$B$7 ונעתיק את התא לתאים P8-P21.

מספר בעלי הפוליסות בגיל בתחילת שנת הפוליסה ה- k, $k=1,\dots,15$, שווה ל:

$$A(1)\cdot\frac{l_{45+k-1}}{l_{45}}$$

לכן על סמך חלק (ג) הרווח\הפסד לפוליסה אחת בעת ההנפקה (חלוקה ב- A(1))

בתחילת שנת הפוליסה ה-k נתון על ידי :

רווח\הפסד לפוליסה אחת בתחילת שנת הפוליסה ה- k (חושב בחלק ג') **כפול**

ההסתברות לשרוד מעת הנפקת הפוליסה עד תחילת שנת הפוליסה ה- k

הרווח/ ההפסד בזמן 45+k עבור $k = 1,\ldots,15$ (הערכים מחושבים בתאים Q8-Q22)

בתא Q7 נרשום: =M7*P7 ונעתיק אותו לתאים Q8-Q21.

(ה)

הערה:

בחלק זה נציג, בין היתר פתרון אלטרנטיבי לחלק (ד).

בתא W2 ננקוב בערך שגוי של הפרמיה ונניח שמספר הלקוחות שרכשו את

הפוליסה בעת ההנפקה שווה ל- l_{45} (תא B7).

כל כסף צפוי בזמן 45+k עבור $k = 1,\ldots,15$ (הערכים מחושבים בתאים X8-X22)

מספר בעלי הפוליסות בסוף שנת הפוליסה ה- k שווה ל- l_{45+k} לכן סך כל הכסף

הצפוי בסוף שנת הפוליסה ה- k שווה ל: $l_{45+k} \cdot V_{45+k}$.

נרשום בתא X8: =B8*H8 ונעתיק את התא לתאים X9-X22.

כל הכסף בפועל בזמן 45+k עבור $k = 1,\ldots,15$ (הערכים מחושבים בתאים

W8-W22)

מספר בעלי הפוליסה שנפטרו בשנת הפוליסה ה- k שווה ל:

$$l_{45+k-1} - l_{45+k}.$$

סך כל הכסף בפועל בסוף שנת הפוליסה הראשונה שווה ל:

$$l_{45} \cdot (V_{45} + P - 1{,}000) \cdot 1.04 - 40{,}000 \cdot (l_{45} - l_{46}).$$

נרשום בתא W8: =B7*(H7+$W$2-1000)*$A$2-40000*(B7-B8)

סך כל הכסף בפועל בסוף שנת הפוליסה ה- k, $k=2,\ldots,15$, שווה ל:

$$l_{45+k-1}\cdot(V_{45+k-1}+0.99\cdot P)\cdot 1.04-40{,}000\cdot(l_{45+k-1}-l_{45+k}).$$

נרשום בתא W9: =B8*(H8+0.99*$W$2)*$A$2-40000*(B8-B9)

ונעתיק את התא לתאים W10-W22.

כל הרווח/ ההפסד בזמן 45+k עבור $k=1,\ldots,15$ (הערכים מחושבים בתאים

Y8-Y22)

בתא Y8 נרשום: =W8-X8 ונעתיק אותו לתאים Y9-Y22.

בתאים Z8-Z22 נציג את סך כל תזרים ההפסד\הרווח מהוון לעת הנפקת הפוליסה

לפי תשואה שנתית השווה ל- 15%.

בתא Z6 נציג את ערכו של כל תזרים ההפסד\הרווח מהוון לעת הנפקת הפוליסה.

בתא W3 נרשום: =Z6-0.22*W2*B7 . על מנת לקבל בתא W3 את הערך 0

נשתמש בחתירה למטרה: **קבע בתא**: W3, **את הערך**: 0, **על ידי שינוי ערך**

התא: W2. הפעלת חתירה למטרה נותנת את הפרמיה השנתית הרצויה.

הערה:

בעמודות S-U ובעמודות AB-AF אנו מציגים שני פתרונות אלטרנטיביים

לחלק (ה).