


27 באוגוסט 2017

מיומנו של אקטואר: מתודולוגיות לפירוק סדרות עתיות

חיזוי הינו פעולה של ניבוי העתיד בין אם בהתבסס על נתונים היסטוריים ובין אם בהתבסס על ספקולציות בנוגע לעתיד כאשר לא קיימת היסטוריה. כאשר קיימים נתונים היסטוריים, גישה כמותית או סטטיסטית הינה הטובה ביותר, אך כאשר לא קיימים נתונים היסטוריים, הרי שגישה איכותית או שיפוטית היא בדרך כלל המוצא היחיד. התרשים שלמטה מפרט את 8 המודלים הנפוצים ביותר של סדרות עתיות (time-series), המופרדים על ידי עונתיות ומגמה (trend). לדוגמה, אם למשתנה אין מגמה או עונתיות, אז מודל ממוצע-נע בודד (single moving average) או מודל החלקה אסקפוננציאלית בודדת (single exponential-smoothing) מספק. עם זאת, אם קיימת עונתיות, אך לא קיימת מגמה ברורה, הרי שמודל חיבורי עונתי (seasonal additive) או מודל מכפלתי עונתי (seasonal multiplicative) הינו ראוי יותר, וכן הלאה. הפסקאות הבאות סוקרות את המודלים הללו בפירוט רב יותר באמצעות דוגמאות חישוביות.

 WWW.IAVFA.ORG



ת.ד. 57334, תל אביב, 6157301



077-5070590



153-77-5070590



IAVFA1020@GMAIL.COM

The Eight Most Common Time-Series Methods

	No Seasonality	With Seasonality
No Trend	Single Moving Average	Seasonal Additive
No Trend	Single Exponential Smoothing	Seasonal Multiplicative
With Trend	Double Moving Average	Holt-Winter's Additive
With Trend	Double Exponential Smoothing	Holt-Winter's Multiplicative

המבחן המתאים ביותר (best-fitting) לתחזית הממוצע הנע עושה שימוש בשורש של ממוצע ריבועי השגיאות (RMSE- Root Mean Squared Errors). ה-RMSE מחשב את השורש הריבועי של ממוצע ריבוע הסטיות של הערכים המותאמים (fitted values) לעומת נקודות הנתונים בפועל. ממוצע ריבועי השגיאות (MSE) הינו מדד אבסולוטי לשגיאה אשר מעלה בריבוע את השגיאות (ההפרש שבין הנתונים ההיסטוריים בפועל לבין הנתונים המתואמים אשר נחזו על ידי המודל) על מנת למנוע מהשגיאות החיוביות והשליליות מלבטל/לקזז האחת את השנייה. מדד זה נוטה גם להעצים שגיאות גדולות באמצעות שיקלול השגיאות הגדולות באמצעות משקל גבוה יותר מזה שניתן לשגיאות קטנות יותר על ידי העלאת השגיאות הגדולות בריבוע, אשר יכולה למסייע כאשר משווים בין מודלים שונים של סדרות-עתיות. ה-RMSE הינו השורש הריבועי של ה-MSE והוא המדד הפופולארי ביותר למדידת שגיאות, המוכר גם בשם פונקציית ההפסד הריבועית (QLF- Quadratic Loss Function). ניתן להגדיר את ה-RMSE כממוצע הערכים המוחלטים של שגיאות התחזית והוא הראוי ביותר כאשר עלות שגיאות התחזית הינה פרופורציונית לגודל



המוחלט של שגיאות התחזית. ה- RMSE משמש כקריטריון לבחירת המודל המתאים ביותר לסדרות עתיות.

סטיית התקן המוחלטת (MAD- Mean Absolute Deviation) הינה שגיאה סטטיסטית אשר ממצעת את המרחק (קרי, הערך המוחלט של ההפרש שבין הנתונים ההיסטוריים בפועל לבין הנתונים המתואמים אשר נחזו על ידי המודל) בין כל אחת מזוגות נקודות הנתונים בפועל ונתוני התחזית, והיא המתאימה ביותר כאשר עלות שגיאות התחזית הינה פרופורציונית לגודל המוחלט של שגיאות התחזית.

ממוצע אחוז השגיאה המוחלטת (MAPE- Mean Absolute Percentage Error) הינו שגיאה סטטיסטית יחסית אשר נמדדת כממוצע אחוז השגיאות של הנתונים ההיסטוריים והוא המתאים ביותר כאשר עלות שגיאת התחזית קשורה הרבה יותר לאחוז השגיאה מאשר לגודלה המספרי של השגיאה. לבסוף, מדד קשור הינו ה- U הסטטיסטי של Theil, אשר מודד את מידת הנאיביות של תחזית המודל. כלומר, ה- U הסטטיסטי של Theil נמוך מ- 1.0, אז שיטת החיזוי שאנו משתמשים בה מייצרת לנו אומדן שמבחינה סטטיסטית הוא טוב יותר מאשר סתם ניחוש.

ממוצע נע בודד (Single Moving Average)

הממוצע הנע הבודד תקף (ישים ורלוונטי) כאשר קיימים נתוני סדרה עתית ללא מגמה וללא עונתיות. מודל זה איננו מתאים לחיזוי נתונים חתך (cross-sectional data). הממוצע הנע הבודד פשוט משתמש בממוצע של הנתונים ההיסטוריים בפועל על מנת לחזות את התוצאות העתידיות. ממוצע זה מיושם באופן עקבי תוך כדי תנועה קדימה, ומכאן שמו ממוצע נע. ערכו של הממוצע הנע עבור אורך מסוים הינו פשוט סיכום של הנתונים ההיסטוריים בפועל של הנתונים בפועל המסודרים ומאונדקסים על פי סדר כרונולוגי. התוכנה מוצאת אוטומטית את הפיגור האופטימלי של הממוצע הנע באמצעות תהליך אופטימיזציה אשר מביא למינימום את שגיאות התחזית.




החלקה אקספוננציאלית בודדת (Single Exponential Smoothing)

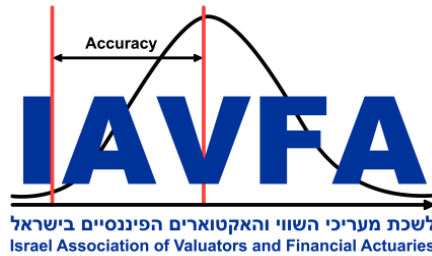
גישת החלקה האקספוננציאלית הבודדת משמשת כאשר לא קיימת מגמה או עונתיות הניתנות לזיהוי בנתוני הסדרה העתית. מודל זה איננו מתאים לחיזוי נתונים חתך (cross-sectional data). שיטה זו משקללת נתונים עבר באמצעות משקולות הדועכות בצורה אקספוננציאלית ככל שהנתונים ישנים יותר; כלומר, ככל שהנתון יותר עדכני, כך משקלו יותר גבוה. שיקלול זה מתגבר במידה רבה על מגבלותיהם של מודלים של ממוצעים נעים או שיעורי שינוי. המשקל שבו

 WWW.IAVFA.ORG



ת.ד. 57334, תל אביב, 6157301

 077-5070590  153-77-5070590  IAVFA1020@GMAIL.COM



משתמשת בגישה נקרא מדד האלפא. התוכנה מוצאת אוטומטית את הפרמטר האופטימלי עבור האלפא של באמצעות תהליך אופטימיזציה אשר מביא למינימום את שגיאות התחזית.

ממוצע נע כפול (Double Moving Average)

שיטת הממוצע הנע הכפול תחליק את נתוני העבר באמצעות חישוב ממוצע נע על מערך המשנה של הנתונים אשר מייצג ממוצע נע של מערך הנתונים המקורי. כלומר, ממוצע נע שני מחושב על הממוצע הנע הראשון. יישום הממוצע הנע השני תופס את אפקט המגמתיות של הנתונים. לאחר מכן התוצאות משוקבלות ומתקבלות תחזיות. התוכנה מוצאת אוטומטית את הפיגור האופטימלי של הממוצע הנע באמצעות תהליך אופטימיזציה אשר מביא למינימום את שגיאות התחזית.

החלקה אקספוננציאלית כפולה (Double Exponential Smoothing)

שיטת ההחלקה האקספוננציאלית הכפולה משמשת כאשר הנתונים מציגים מגמה אך לא עונתיות. מודל זה איננו מתאים לחיזוי נתונים חתך (cross-sectional data). ההחלקה האקספוננציאלית הכפולה מיישמת פעמיים את ההחלקה האקספוננציאלית הבודדת, פעם אחת על הנתונים המקוריים ולאחר מכן על נתוני ההחלקה האקספוננציאלית הבודדת. פרמטר השיקול אלפא משמש בהחלקה האקספוננציאלית הראשונה או הבודדת (SES), בעוד פרמטר השיקול ביתא משמש בחלקה החריגה משמש בהחלקה האקספוננציאלית השנייה או הכפולה (DES). גישה זו שימושית כאשר סדרת הנתונים ההיסטוריים איננה סטציונארית. התוכנה מוצאת אוטומטית את הפרמטרים האופטימליים עבור אלפא וביתא באמצעות תהליך אופטימיזציה אשר מביא למינימום את שגיאות התחזית.




חיבור עונתי (Seasonal Additive)

אם לנתוני הסדרה העתית אין מגמה ברורה, אך הם מציגים עונתיות, או אז שיטות החיבור העונתי והמכפלה העונתית תקפות. מודל העונתיות החיבורית מפרק את הנתונים ההיסטוריים למרכיב הרמה הבסיסית (L), הנמדד באמצעות פרמטר האלפא ולמרכיב עונתיות (S), הנמדד באמצעות פרמטר הגמא. ערך התחזית המתקבל הינו פשוט חיבור (קרי, סך הצברם) של מרכיב הרמה הבסיסית ומרכיב העונתיות. התוכנה מוצאת אוטומטית את הפרמטרים האופטימליים עבור אלפא וגמא באמצעות תהליך אופטימיזציה אשר מביא למינימום את שגיאות התחזית.

 WWW.IAVFA.ORG



ת.ד. 57334, תל אביב, 6157301

 077-5070590  153-77-5070590  IAVFA1020@GMAIL.COM



מכפלה עונתית (Seasonal Multiplicative)

אם לנתוני הסדרה העתית אין מגמה ברורה, אך הם מציגים עונתיות, או אז שיטות החיבור הענתי והמכפלה העונתית תקפות. מודל העונתיות המכפלתית מפרק את הנתונים ההיסטוריים למרכיב הרמה הבסיסית (L), הנמדד באמצעות פרמטר האלפא ולמרכיב עונתיות (S), הנמדד באמצעות פרמטר הגמא. ערך התחזית המתקבל הינו פשוט מכפלת מרכיב הרמה הבסיסית ומרכיב העונתיות. התוכנה מוצאת אוטומטית את הפרמטרים האופטימליים עבור אלפא וגמא באמצעות תהליך אופטימיזציה אשר מביא למינימום את שגיאות התחזית.

החיבור העונתי של הולט-וינטר (Holt-Winter's Seasonal Additive)

כאשר קיימות גם עונתיות וגם מגמה, הרי שנדרשים מודלים מתקדמים יותר על מנת לפרק את הנתונים לאלמנטים הבסיסיים שלהם: מרכיב הרמה הבסיסית (L) המשוקללת באמצעות פרמטר האלפא; מרכיב המגמה (b) המשוקלל באמצעות פרמטר הביתא; ומרכיב העונתיות (S) המשוקלל באמצעות פרמטר הגמא. ישנן כמה שיטות, אולם השתיים הנפוצות ביותר הינן שיטת החיבור העונתי של הולט-וינטר ושיטת המכפלה העונתית של הולט-וינטר. מודל החיבור העונתי של הולט-וינטר, מחבר למעשה את מרכיב הרמה הבסיסית, מרכיב המגמה ומרכיב העונתיות על מנת לקבל את התאמת התחזית.

המכפלה העונתית של הולט-וינטר (Holt-Winter's Seasonal Multiplicative)

כאשר קיימות גם עונתיות וגם מגמה, הרי שנדרשים מודלים מתקדמים יותר על מנת לפרק את הנתונים לאלמנטים הבסיסיים שלהם: מרכיב הרמה הבסיסית (L) המשוקללת באמצעות פרמטר האלפא; מרכיב המגמה (b) המשוקלל באמצעות פרמטר הביתא; ומרכיב העונתיות (S) המשוקלל באמצעות פרמטר הגמא. ישנן כמה שיטות, אולם השתיים הנפוצות ביותר הינן שיטת החיבור העונתי של הולט-וינטר ושיטת המכפלה העונתית של הולט-וינטר. מודל המכפלה העונתית של הולט-וינטר, כופל למעשה את מרכיב הרמה הבסיסית, במרכיב המגמה ובמרכיב העונתיות על מנת לקבל את התאמת התחזית.

בכבוד רב,




רוני פולניצר

יו"ר ומנכ"ל לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל

 WWW.IAVFA.ORG



ת.ד. 57334, תל אביב, 6157301

 077-5070590  153-77-5070590  IAVFA1020@GMAIL.COM