

פרופ' נפתלי לנגברג

סעיף ג:

טבלאות סלקטיביות

סימונים והערות:

(א)

- (i) לקוח המתכונן לרכוש פוליסת ביטוח חיים מתבקש לעבור בדיקה רפואית. אם תוצאות הבדיקה משביעת רצון מונפקת ללקוח הפוליסה. לכן לקוחות, שעברו בהצלחה את הבדיקה הרפואית, חשופים לטבלת תמותה "מחמירה" פחות מזו של כלל האוכלוסייה. טבלה כזו נקראת **טבלת תמותה סלקטיבית**.
- (ii) לקוח המתכונן לרכוש קצבת חיים הוא בדרך כלל במצב בריאותי טוב יותר מכלל האנשים באותה קבוצת גיל, ולכן הוא חשוף לטבלת תמותה "מחמירה" פחות מזו של כלל האוכלוסייה. טבלה כזו נקראת **טבלת תמותה סלקטיבית**.
- (iii) עמיתים בקרן פנסיה הפורשים לגמלאות מטעמי בריאות הם במצב בריאות פחות טוב מכלל העמיתים בקרן הפנסיה באותה קבוצת גיל. לכן גמלאים אלו חשופים לטבלת תמותה "מחמירה" יותר מזו של כלל האוכלוסייה. טבלה כזו נקראת **טבלת תמותה סלקטיבית**.
- (iv) לעמיתים הפורשים לגמלאות מטעמי גיל יש אפשרות לקבל קצבת זקנה לאורך יתרת חייהם או לקבל סכום חד פעמי. הגמלאים הבוחרים באופציית הקצבה חשופים קרוב לודאי לטבלת תמותה מקילה ואילו הגמלאים הבוחרים באופציה התשלום החד פעמי חשופים קרוב לודאי לטבלת תמותה מחמירה. שתי קבוצות הגמלאים חשופים ל**טבלאות תמותה סלקטיביות**.

(ב)

נסמן ב $[x]$ את הגיל בו מצטרף הלקוח לקבוצה ה"מיוחדת" וב- r את מספר יחידות הזמן השלמות שהלקוח שייך לקבוצה. נציג את **טבלת התמותה הסלקטיבית** של המבוטח על ידי:

$$1_{[x]+r} \cdot \{1_{[x]+r} : r = 0, \dots, \omega - x\}$$

מציין את מספר הנפשות שהצטרפו לקבוצה "מיוחדת"

פרופ' נפתלי לנגברג

בגיל x ועדין השתייכו אליה לאחר r יחידות זמן שלמות,

(ג)

יהי $d_{[x]+r} = 1 - 1_{[x]+r-1}$ מספר הלקוחות הממוצע שהצטרפו לקבוצה

ה"מיוחדת" בגיל x ופרשו ממנה ביחידת הזמן ה- r להשתייכותם לקבוצה, ותהי $q_{[x]+r}$

ההסתברות שלקוח שהצטרף לקבוצה ה"מיוחדת" בגיל x ופרש ממנה ביחידת הזמן ה- r להשתייכותו לקבוצה,

(ד)

המעמד הרפואי החריג של הרוכשים ביטוח חיים, של הרוכשים קצבאות החיים, של הגמלאים הפורשים מטעמי בריאות ושל הגמלאים הבוחרים באחת משתי אופציות התשלום כמעט ואינו קיים עוד לאחר תקופת זמן מסוימת, והתמותה מושפעת שוב בעיקר מהגיל.

נאמר ש s הוא תקופת ההשפעה אם לכל מספר טבעי x ולכל מספר טבעי $m \geq s$ מתקיים:

$$q_{[x]+m} = q_{x+m}$$

(כלומר לאחר תקופה זמן מסוימת הנקראת תקופת ההשפעה אין הבדל בין הסיכוי של הלקוח

המיוחד לפרוש מהאוכלוסייה לבין הסיכוי של לקוח רגיל לפרוש מהאוכלוסייה)

(ה)

יהי s תקופת ההשפעה אז לכל $x \geq s$ מתקיימת אחת משתי שרשרות האי שיווניים:

$$q_{[x]} \leq q_{[x-1]+1} \leq \dots \leq q_{[x-s]+s}$$

$$q_{[x]} \geq q_{[x-1]+1} \geq \dots \geq q_{[x-s]+s}$$

פרופ' נפתלי לנגברג

בדרך כלל אורך תקופת ההשפעה של טבלה סלקטיבית שנתית s שווה ל-1, ל-2, או ל-3 שנים.

(i)

טבלת תמותה סלקטיבית בעלת תקופת השפעה s במרווח הגיל $[x, \omega]$ ניתן להציג כשורה באורך s בתוספת עמודה באורך $\omega - x - s$.
כך ש:

(i) העמודה מהוה טבלת תמותה **מגיל** $x + s$ עד גיל ω הנקראת **טבלה האולטמטיבית**

(מקור שם הטבלה בעובדה שזו טבלת התמותה אליה ישתייכו המבוטחים בסיכומו של דבר),

(ii) השורה בתוספת העמודה מהוה את טבלת התמותה הסלקטיבית מגיל x .

דוגמה 5:

הסבר את הצגת הטבלאות הסלקטיביות הבאות: A1967-70, a(55)-m, AM92, AF92, a(55)-f.

פתרון:

A1967-70

תקופת ההשפעה במקרה זה שווה ל-2 ($s=2$). בקובץ אקסל בשם "A1967-70" בגיליון 3 נשים לב לשלוש העמודות: B, C, ו D.

בתאים D4-D113 אנו מציגים את הטבלה האולטמטיבית בגילאים 0-111.

בתאים B4-B84 אנו מציגים את ערכי $l_{[x]}$ בגילאים 0-80,

בתאים C4-C84 אנו מציגים את ערכי $l_{[x]+1}$ בגילאים 0-80.

הערות:

פרופ' נפתלי לנגברג

(א) על מנת ליצור את טבלת התמותה הסלקטיבית: $\{I_{[30]+k}^{A1967-70}, k=0,1,\dots\}$

נבחר את ערכו של $I_{[30]}$ (**33,828.764**) המופיע בתא B34, ונבחר את

ערכו של $I_{[30]+1}$ (**33,813.958**) המופיע בתא C34 על מנת ליצור את

השורה באורך 2.

בתאים D34-D113 נציג את הערכים $I_{30+k} = I_{[30]+k}$ עבור

$k = 2,3,\dots,81$ על מנת ליצור את העמודה המבוקשת

(ב) באופן דומה נציג את טבלאות התמותה הסלקטיביות של AM92 ו AF92

בעלות תקופת השפעה השווה ל 2.

a(55)-m

מחזור ההשפעה במקרה זה שווה ל 1 ($s=1$). בקובץ אקסל בשם "a(55)-m" בגיליון 3

נשים לב לשתי עמודות : B, ו C.

בתאים C4-C88 אנו מציגים את הטבלה האולטמטיבית בגילאים 20-105 .

בתאים B4-B83 אנו מציגים את ערכי $I_{[x]}$ בגילאים 20-99 ,

בתאים C4-C83 אנו מציגים את ערכי $I_{[x]+1}$ בגילאים 20-99 .

הערות:

(א) על מנת ליצור את טבלת התמותה הסלקטיבית: $\{I_{[40]+k}^{a(55)-m}, k=0,1,\dots\}$

נבחר את ערכו של $I_{[40]}$ (**969,945**) המופיע בתא B24 ונקבל את השורה

בעלת אורך 1.

פרופ' נפתלי לנגברג

בתאים C24-C88 נציג את הערכים $l_{[40]+k} = l_{40+k}$ עבור $k=1,3,\dots,65$

על מנת ליצור את העמודה המבוקשת.

(ב) באופן דומה נציג את טבלאות התמותה הסלקטיביות של AF(55) בעלות

תקופת השפעה השווה ל 1.

דוגמה 6:

בטבלת התמותה a(55)-f-select חשב את ההסתברויות הבאות:

$$(א) q_{[49]}, (ב) q_{[50]+1}, (ג) q_{[30]+2}, (ד) {}_5p_{[40]}, (ה) {}_2q_{[31]}$$

$$(ו) {}_3p_{[51]+1}, (ז) {}_4p_{[20]+1}, (ח) {}_4q_{[51]}$$

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם "Cha1.Examples" בגיליון בשם "דוגמה 6"

$$(א) \text{ נשים לב ש: } q_{[49]} = 1 - \frac{l_{[49]+1}}{l_{[49]}} = 1 - \frac{l_{50}}{l_{[49]}} = 1 - C33/B33$$

ונקבל את תוצאת חלק א,

$$(ב) \text{ נשים לב ש: } q_{[50]+1} = 1 - \frac{l_{[50]+2}}{l_{[50]+1}} = 1 - \frac{l_{52}}{l_{51}} = 1 - G2$$

ונקבל את תוצאת חלק ב, =1- C35/C34

$$(ג) \text{ נשים לב ש: } q_{[30]+2} = 1 - \frac{l_{[30]+3}}{l_{[30]+2}} = 1 - \frac{l_{33}}{l_{32}} = 1 - F4$$

ונקבל את תוצאת חלק ג, =1-C16/C15

פרופ' נפתלי לנגברג

$$= C28/B24 : G4 \text{ לכן נרשום בתא } G4 \cdot 5P_{[40]} = \frac{1_{[40]+5}}{1_{[40]}} = \frac{1_{45}}{1_{[40]}} \text{ (ד) נשים לב ש:}$$

ונקבל את תוצאת חלק ד,

$$= 1 - C16/B15 : F6 \text{ לכן נרשום בתא } F6 \cdot 2^q_{[31]} = 1 - \frac{1_{[31]+2}}{1_{[31]}} = 1 - \frac{1_{33}}{1_{[31]}} \text{ (ה) נשים לב ש:}$$

ונקבל את תוצאת חלק ה,

$$= C38/C35 : G6 \text{ לכן נרשום בתא } G6 \cdot 3P_{[51]+1} = \frac{1_{[51]+4}}{1_{[51]+1}} = \frac{1_{55}}{1_{52}} \text{ (ו) נשים לב ש:}$$

ונקבל את תוצאת חלק ו,

$$= C8/C4 : F8 \text{ לכן נרשום בתא } F8 \cdot 4P_{[20]+1} = \frac{1_{[20]+5}}{1_{[20]+1}} = \frac{1_{25}}{1_{21}} \text{ (ז) נשים לב ש:}$$

ונקבל את תוצאת חלק ז,

$$= 1 - C38/B35 : G8 \text{ לכן נרשום בתא } G8 \cdot 4^q_{[51]} = 1 - \frac{1_{[51]+4}}{1_{[51]}} = 1 - \frac{1_{55}}{1_{[51]}} \text{ (ח) נשים לב ש:}$$

ונקבל את תוצאת חלק ח'.

דוגמה 7:

עבור $18 \leq x \leq 106$ הצג את טבלת התמותה הסלקטיבית בעלת מחזור השפעה השווה

פרופ' נפתלי לנגברג

לשלוש שנים במרווח הגיל $[x, 106]$ אם:

$$(א) \text{ טבלת ה-ultimate היא B.L.F עם } 1_{65} = 99,882$$

$$(ב) \quad q_{[x]} = \frac{1}{4} \cdot q_x, \quad q_{[x]+1} = \frac{1}{3} \cdot q_{x+1}, \quad q_{[x]+2} = \frac{1}{2} \cdot q_{x+2}$$

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם "Cha1.Examples" בגיליון בשם "דוגמה 7"

שלב א:

בתאים A7-A98 נציג את הגילים 18-109. בתא A7 נרשום: 18, בתא A8 נרשום:

$$=A7+1 \text{ ונעתיק את התא לתאים A9-A98.}$$

בתאים B7-B98 נציג את טבלת התמותה B.L.F. כפי שהיא מופיעה בקובץ "Tables".

שלב ב:

בעמודה D ניצור את טבלת התמותה האולטמטיבית .

בתא D7 ננקוב בערך שרירותי של 1_{18} , ובתא D8 נרשום: $=D7 \cdot B8/B7$ ונעתיק את

התא לתאים D9-D98.

על ידי שינוי ערך 1_{18} נוכל להגיע לערך 1_{65} הנכון השווה ל- 99,882. פעולה זו ניתן

לבצע בעזרת **חתימה למטרה: בחר תא: D54, לערך: 99,882, על ידי שינוי התא:**

D7. לאחר שנאשר נקבל את הטבלה האולטמטיבית הרצויה.

בעמודות E,F,G נציג את ערכי q_x, q_{x+1}, q_{x+2} עבור $x = 18, \dots, 106$ בהתאמה.

בתא E7 נרשום: $=1-D8/D7$, בתא F7 נרשום: $=1-D9/D8$, ובתא G7 נרשום:

$=1-D10/D9$. את התאים E7-G7 נעתיק לתאים: E8-G95 ונקבל את ההסתברויות

המבוקשות.

שלב ג:

פרופ' נפתלי לנגברג

בעמודות K, J, I נציג את ערכי $q_{[x]+2}, q_{[x]+1}, q_{[x]}$ עבור $x = 18, \dots, 106$ בהתאמה.

בתא I7 נרשום: $E7/4 =$, בתא J7 נרשום: $F7/3 =$, ובתא K7 נרשום: $G7/2 =$. את

התאים I7-K7 נעתיק לתאים: I8-K95 ונקבל את ההסתברויות הסלקטיביות המבוקשות.

שלב ד:

בעמודות M-P נציג את טבלאות התמותה הסלקטיביות.

בעמודה P נציג את הטבלה האולטמטיבית במרווח הגיל [109, 21].

בתא P7 נרשום: $D10 =$ ונעתיק את התא לתאים P8-P95.

בתא O7 נחשב את $l_{[18]+2}$.

מאחר ו: $1 - q_{[18]+2} = \frac{l_{[18]+3}}{l_{[18]+2}} = \frac{l_{21}}{l_{[18]+2}}$ נקבל את המשוואה:

$$l_{[18]+2} = \frac{l_{21}}{1 - q_{[18]+2}}$$

לכן נרשום בתא O7: $O7 = P7 / (1 - K7)$.

בתא N7 נחשב את $l_{[18]+1}$. מאחר ו: $1 - q_{[18]+1} = \frac{l_{[18]+2}}{l_{[18]+1}}$ נקבל את

המשוואה:

$$l_{[18]+1} = \frac{l_{[18]+2}}{1 - q_{[18]+1}}$$

לכן נרשום בתא N7: $N7 = O7 / (1 - J7)$.

בתא M7 נחשב את $l_{[18]}$. מאחר ו: $1 - q_{[18]} = \frac{l_{[18]+1}}{l_{[18]}}$ נקבל את המשוואה:

פרופ' נפתלי לנגברג

$$1_{[18]} = \frac{1_{[18]+1}}{1 - q_{[18]}}$$

לכן נרשום בתא M7: $=N7/(1-I7)$.

את התאים M7-O7 נעתיק לתאים M8-O95 ונקבל את כל הטבלאות הסלקטיביות.

דוגמה 8:

הצג טבלת קירוב חודשית ליניארית לטבלה הסלקטיבית: $\{1_{[30]+k}^{A1967-70}, k=0,1,\dots\}$.

פתרון:

כל החישובים יערכו בקובץ בשם "Cha1.Examples" בגיליון בשם "דוגמה 8"

שלב א:

נעתיק את הפורמט האחד שבנינו בדוגמה 7, לגיליון שלנו. בתא B1 נרשום 30, וננקה

את עמודה B.

שלב ב:

בעמודה B של הגיליון נציג את טבלת התמותה השנתית הרלוונטית.

בתאים B7-B8 נציג את הערכים: $1_{[30]}^{a1967-70}, 1_{[30]+1}^{a1967-70}$

מהקובץ A1967-70 גיליון 3 נעתיק את התאים B34 ו C34 לתאים B7-B8 על ידי

העתקה מיוחדת Transpose (מעתיקים וקטור שורה בעל שני איברים B34, C34

לוקטור עמודה, וקטור מוחלף, בעל שני איברים B7-B8)

בתאים B9-B88 נציג את הערכים: $1_{[30]+k}^{a1967-70} = 1_{30+k}^{a1967-70}, k=2,\dots,81$

את התאים D34-D113 בגיליון 3 קובץ A1967-70, נעתיק לתאים B9-B88.

פרופ' נפתלי לנגברג

בעמודה | נקבל את הקרוב הליניארי החודשי הדרוש.