



סטטוס השורד האחרון (Last Survivor Status)

מאת: רועי פולניצר

עד כה, בהתמודדות עם פונקציות המבוססות על שתי נפשות (מבוטחים) או יותר, כאשר אירוע הביטוח מוגדר כאירוע המוות הראשון בקרב קבוצת נפשות נתונה, מדובר בסטטוס נפשות משותפות (join life status). מאידך, כאשר אירוע הביטוח מוגדר כאירוע המוות האחרון בקרב קבוצת נפשות נתונה, הרי שמדובר בסטטוס השורד האחרון (last survivor status).

קו ישר (bar, קורה) ממוקם מעל הנפשות על מנת לציין שמדובר בסטטוס השורד האחרון, כך למשל ${}_n P_{\overline{x_1 x_2 \dots x_m}}$ היא ההסתברות שלפחות אחת מתוך m הנפשות x_1, x_2, \dots, x_m יחיה לאחר n שנים. נציין כי למעשה יותר מנפש אחת עשויה להישאר בחיים.

במקרה הפשוט ביותר של שתי נפשות

$${}_n P_{\overline{xy}} = 1 - (1 - {}_n P_x)(1 - {}_n P_y)$$

כלומר

$${}_n P_{\overline{xy}} = {}_n P_x + {}_n P_y - {}_n P_{xy}$$

על ידי הבאה בחשבון שההסתברות שנפש אחת בלבד תישאר בחיים היא המשלים להסתברות ששתי הנפשות ימותו.

הקצבה בהתבסס על סטטוס השורד האחרון מיוצגת כדלקמן

$$\begin{aligned} a_{\overline{xy}} &= \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot ({}_t P_{\overline{xy}}) \\ &= \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot ({}_t P_x) + \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot ({}_t P_y) - \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot ({}_t P_{xy}) \end{aligned}$$

כלומר

$$a_{\overline{xy}} = a_x + a_y - a_{xy}$$



ניתן להגיע לנוסחה זו באופן אינטואיטיבי. הצד הימני של המשוואה $a_x + a_y - a_{xy}$ נותן את הקצבאות המופיעות בטבלה 1 והצד השמאלי של המשוואה הוא הסיכום או הסכימה.

	x and y alive	x alive, y dead	x dead, y alive	x and y dead
a_x	1	1	0	0
a_y	1	0	1	0
$-a_{xy}$	-1	0	0	0
Summation	1	1	1	0

ביטוח חיים המשלם הטבת מוות בקרות המוות האחרון של (x) ו- (y) שקול אפקטיבית מכל הבחינות המהותיות לביטוח חיים המשלם הטבת מוות בקרות המוות של (y) בניכוי ביטוח חיים המשלם הטבת מוות בקרות המוות הראשון של (x) ו- (y) – ביטוח חיים שכזה מיוצג על ידי הסימול \bar{A}_{xy} והוא מכונה ביטוח חיים על השורד האחרון.

אז

$$\bar{A}_{xy} = \bar{A}_x + \bar{A}_y - \bar{A}_{xy}$$

באופן דומה

$$A_{xy} = A_x + A_y - A_{xy}$$



באמצעות הקשר שבין הפרמיה לכיסוי הביטוחי נקבל ש-

$$\begin{aligned}\bar{A}_{xy} &= (1 - d\ddot{a}_x) + (1 - d\ddot{a}_y) - (1 - d\ddot{a}_{xy}) \\ &= 1 - d(\ddot{a}_x + \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy}) \\ \therefore \bar{A}_{xy} &= 1 - d\ddot{a}_{xy}\end{aligned}$$

הפרמיה השנתית בגין ביטוח חיים על השורד האחרון (כאשר סכום הביטוח משולם בסוף שנת המוות)

$$\begin{aligned}P_{xy} &= \frac{A_{xy}}{\ddot{a}_{xy}} \\ &= \frac{1 - d\ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{xy}}\end{aligned}$$

כלומר

$$P_{xy} = \frac{1}{\ddot{a}_{xy}} - d$$

עם זאת,

$$P_{xy} \neq P_x + P_y - P_{xy}$$

הביטויים עבור כיסויים מסוג ביטוח סיכון טהור (ריסק זמני) וביטוח מעורב הינם

$$\begin{aligned}a_{xy:\bar{n}} &= a_{x:\bar{n}} + a_{y:\bar{n}} - a_{xy:\bar{n}} \\ A_{xy:\bar{n}} &= A_{x:\bar{n}} + A_{y:\bar{n}} - A_{xy:\bar{n}} \\ A_{xy:\bar{n}}^1 &= A_{x:\bar{n}}^1 + A_{y:\bar{n}}^1 - A_{xy:\bar{n}}^1\end{aligned}$$



במשוואה האחרונה הסימונים הינם :

הינו כיסוי מסוג ביטוח חיים שמשלם הטבת מוות בקרות אירוע המוות האחרון של השורד האחרון (xy) בטרם n שנים, בעוד ש-

עם סוגריים במקום קו מסמן כיסוי מסוג ביטוח חיים שמשלם הטבת מוות בקרות אירוע המוות הראשון אם $A_{xy:\bar{n}}^1$ ימותו בתוך n שנים (x) או (y)

ניתן להציג פונקציות כלליות יותר מסוג שורד אחרון הכוללות m נפשות כדלקמן :

$$\begin{aligned} & {}_n P_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m} \\ &= 1 - (1 - {}_n P_{x_1})(1 - {}_n P_{x_2}) \dots (1 - {}_n P_{x_m}) \\ &= ({}_n P_{x_1} + {}_n P_{x_2} + \dots + {}_n P_{x_m}) - ({}_n P_{x_1 x_2} + {}_n P_{x_1 x_3} + \dots + {}_n P_{x_{m-1} x_m}) \\ &\quad + ({}_n P_{x_1 x_2 x_3} + {}_n P_{x_1 x_2 x_4} + \dots + {}_n P_{x_{m-2} x_{m-1} x_m}) \\ &\quad - ({}_n P_{x_1 x_2 x_3 x_4} + \dots) + \dots + (-1)^{m+1} {}_n P_{x_1 x_2 \dots x_m}, \end{aligned}$$

או המבוטאות כסכימות

$$\begin{aligned} & {}_n P_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m} \\ &= \sum {}_n P_{x_i} - \sum {}_n P_{x_i x_j} + \sum {}_n P_{x_i x_j x_k} - \dots + (-1)^{m+1} {}_n P_{x_1 x_2 \dots x_m}, \end{aligned}$$

ניתן להרחיב את הביטוי הזה לכל פונקציה שהיא קומבינציה ליניארית של p -ים. הפונקציות הברורות ביותר הן פונקציות קצבה המהוות סכום משוקלל של p -ים, פונקציות ביטוח חיים בשל הקשר שבין הפרמיה לכיסוי הביטוחי ופונקציות בגלל ש- $q = 1 - p$.

מאידך, פרמיות אינן קומבינציות ליניאריות של p -ים ועל כן הביטויים הבאים אינם חלים עליהן.



הביטויים הכלליים של הנוסחה לעיל חלים על פונקציית שורד אחרון $F\left({}_t P_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m}\right)$ שהיא קומבינציה ליניארית של p -ים:

$$F\left({}_t P_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m}\right) = \sum F\left({}_t P_{x_1}\right) - \sum F\left({}_t P_{x_1 x_2}\right) + \dots + (-1)^{m+1} F\left({}_t P_{x_1 x_2 \dots x_m}\right),$$

שבה הסכימות הן של כל פונקציות החיים המשותפים האפשריים של מספר הנפשות שצויין.

נציין כי שווייה של פוליסה של ביטוח חיים על נפשות משותפות נקבע בדיוק באותו אופן כמו ביטוח חיים על נפש בודדת, למשל:

$$\begin{aligned} {}_t V_{xy} &= A_{x+t:y+t} - P_{xy} \ddot{a}_{x+t:y+t} \\ &= 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t:y+t}}{\ddot{a}_{x:y}} \end{aligned}$$

במקרה של השורד האחרון קיימת מורכבות לפיה אחת הנפשות עשויות למות בדיוק בזמן הערכת השווי:

$$\begin{aligned} {}_t V_{xy} &= A_{x+t:y+t} - P_{xy} \ddot{a}_{x+t:y+t} \\ &= 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t:y+t}}{\ddot{a}_{x:y}} \end{aligned}$$

אם שתי הנפשות (x) וגם (y) ישארו חיים, אבל

$${}_t V_{xy} = A_{x+t} - P_{xy} \ddot{a}_{x+t} \quad \text{אם רק } (x) \text{ ישאר בחיים אז}$$

$${}_t V_{xy} = A_{y+t} - P_{xy} \ddot{a}_{y+t} \quad \text{אם רק } (y) \text{ ישאר בחיים אז}$$



פרטים נוספים אודות שווי פנימי ורועי פולניצר

פרטים אודות המשרד:

שווי פנימי (Intrinsic Value) מתמחה במתן שירותי ייעוץ כלכלי בתחומים של הערכות שווי, ניהול סיכונים, אקטואריה והנדסה פיננסית לצורך יישום הוראות רגולטוריות וסטטוטוריות, לצרכי דיווח כספי וביקורת, למטרות מס, לצרכי גיוס הון, לצרכי עסקאות, לצרכים משפטיים ולצורך פיתוח, יישום ותיקוף מודלים בתחומי ניהול הסיכונים והאקטואריה.

למשרד עשרה מגזרי פעילות:

- Corporate Finance Valuation
- Quantitative Finance Valuation
- Financial and Economic Modeling
- Transaction Support
- Market Risk Actuarial Science
- Credit Risk Actuarial Science
- Operational Risk Actuarial Science
- Investment Risk Actuarial Science
- Life Risk Actuarial Science
- Pension Risks Actuarial Science

תחומי הידע והפעילות כוללים:

- הערכת שווי תאגידים ומגזרים (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7, קישור 8)
- בניית תחזיות כלכליות ומצגות עסקיות (רצ"ב קישור)
- אמידת שיעור ההיוון הראוי/ הריבית הראויה להיוון תזרימי מזומנים (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7, קישור 8, קישור 9, קישור 10, קישור 11, קישור 12, קישור 13, קישור 14)
- הערכות שווי נכסים בלתי מוחשיים (רצ"ב קישור)
- ייחוס עלות רכישה, PPA – Purchase Price Allocation (רצ"ב קישור)
- בדיקות פגימה (Impairment) לנכסים, לרבות מוניטין (רצ"ב קישור)
- שווי הוגן אופציות משובצות (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3)
- שווי הוגן אופציות ריאליות (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5)
- שווי הוגן כתבי אופציות לעובדים (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7, קישור 8, קישור 9, קישור 10, קישור 11, קישור 12, קישור 13)
- שווי הוגן כתבי אופציות לדירקטורים (רצ"ב קישור)



- שווי הוגן כתבי אופציות למנכ"ל (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכת הטבות מבוססות לעובדים (RS, RSU, SAR, יחידות פאנטום ומניות/אופציות מבוססות מניות (קישור)
- הערכת שווי מניה רגילה בחברה פרטית (409A) (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- פיזול רכיבי אקוויטי ומכשירי הון/התחייבות מורכבים (OPM / CCM / PWERM) (רצ"ב קישור)
- כימות נזקים, אובדן רווחים ואובדן הכנסות (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי התחייבויות בגין תמלוגים למדען הראשי (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי ערבויות פיננסיות וערבויות בעלים (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי איגרות חוב / הלוואות סטרייט, הלוואות גישור ומשכנתאות (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי הוגן של הלוואת בעלים (רצ"ב קישור)
- ייעוץ ובדיקות אפקטיביות הגנה לחשבונאות גידור (Hedge Effectiveness Tests) (רצ"ב קישור)
- שווי הוגן נזרים משובצים (Embedded Derivatives) (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי וניתוח סיכונים לדוח גלאי 2 (רגישות, VaR) (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי וניתוח סיכונים ל- IFRS 7 (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי איגרות חוב להמרה, הלוואות הניתנות להמרה ומסגרות מימון המירות (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי אופציות פיננסיות ופוזיציות נזרים מורכבות (רצ"ב קישור)
- בחינת יכולת פירעון ואיתנות פיננסית (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7)
- ייעוץ ומידול כלכלי מורכב (BOT ו-PPP), בקרה וליווי פיננסי (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- ייעוץ ומידול שווי פרמיות שליטה ומיעוט (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5)
- ייעוץ ומידול שווי פרמיות גודל (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- ייעוץ ומידול סטיית התקן הנכסית (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- ייעוץ ומידול שווי ניכיון בגין היעדר סחירות (DLOM) (קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6)
- ייעוץ ומידול שווי אי סחירות של אופציות (רצ"ב קישור)
- ייעוץ ומידול ניכיון בגין מסים על רווחי הון מובנים (רצ"ב קישור)
- ייעוץ ומידול דיסקאונטים בשותפויות מוגבלות משפחתיות בארה"ב (רצ"ב קישור)
- ייעוץ ומידול ניכיון בגין חסימה, איש מפתח, הסכם מחייב, פורטפוליו והיעדר זכויות הצבעה (רצ"ב קישור)
- חוות דעת מומחה בלתי תלוי בהליכים משפטיים (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכות שווי יחסי מיזוג וייעוץ עסקאות (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי תמורה מותנית בעסקאות מיזוגים ורכישות (רצ"ב קישור)
- חוות דעת הוגנות (Fairness Opinion) לבחינת עסקה (רצ"ב קישור)
- מיסוי בין לאומי – מחירי העברה בתנאי At Arm's Length (רצ"ב קישור)



- קביעת שווי הוגן למחירי העברה בין חברתיים ובין לאומיים (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכות שווי לחברות ממגזרי האנרגיה, נפט וגז (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות פרטיות (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכות שווי חברות ציבוריות (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכות שווי חברות ממגזרי האנרגיה, נפט וגז (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות בקשיים (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות אחזקה (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות נדל"ן מניב (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות בניה למגורים (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי בנקים (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות ביטוח (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי תיקי ביטוח ולסוכנויות ביטוח (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות בתחום בנקאות והשקעות והחיתום (רצ"ב קישור)
- אופטימיזציה למבנה ההון, אפשרויות מימון של הפירמה ומקסום התשואה על ההון (רצ"ב קישור)
- בניית עקומי ריביות חסרי סיכון ומטריצות ריביות להיוון (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5)
- דירוג אשראי סינטי (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6)
- איזון משאבים בין בני זוג (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6)
- הערכת שווי נכסי קריירה (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3)
- Due Diligence כלכלי (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3)
- ניתוח סיכוני אשראי של צד נגדי (CVA ו-DVA) בעסקאות נגזרות פיננסית (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4)
- אקטואריית סיכוני אשראי (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6)
- כימות סיכוני שוק בבתי השקעות וחברות ביטוח (קישור)
- ליווי בהטמעת מערכות לניהול סיכונים ובתיקוף תוצאות עבור בתי השקעות וחברות ביטוח (קישור)
- אקטואריית סיכוני שוק (קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7, קישור 8, קישור 9, קישור 10)
- אקטואריית סיכונים תפעוליים (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- אקטואריית סיכוני נזילות (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3)
- אקטואריית סיכוני מודל (רצ"ב קישור)
- אקטואריית סיכוני השקעות (רצ"ב קישור)
- אקטואריית סיכוני חיים (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7, קישור 8, קישור 9, קישור 10, קישור 11, קישור 12, קישור 13)
- חישוב הערך הגלום (Embedded Value) בעסקי ביטוח החיים, הבריאות והפנסיה (רצ"ב קישור 1, קישור 2)



- הערכת שווי פעילות המגזר הכללי (רכב חובה, רכב רכוש, חבויות ורכוש אחר) של חברות ביטוח (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי פעילות קופות הגמל של חברות הביטוח (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי פעילות קרנות הפנסיה של חברות הביטוח (רצ"ב קישור)
- אקטואריית סיכונים פנסיוניים (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכה אקטוארית להתחייבויות בגין זכויות עובדים (רצ"ב קישור)
- מחויבות אקטוארית בגין הטבות לעובדים בהתאם ל- IAS19 (רצ"ב קישור)
- חוות דעת מומחה על עתודות אקטואריות בגין זכויות עובדים לפי תקן IAS 19 (רצ"ב קישור)
- אמידת שיעור הריבית הגלום בחכירה בהתאם ל- IFRS 16 (רצ"ב קישור)
- אמידת שיעור הריבית התוספתי לחוכר לפי תקן IFRS 16 (רצ"ב קישור)
- התאמת שוויין של עסקאות החלפה פיננסיות בשוק שמעבר לדלפק לסיכון אי ביצוע לפי תקן IFRS 13 (רצ"ב קישור)
- אמידת ההסתברות לחדלות פירעון (PD) (רצ"ב קישור)
- אמידת שיעור ההפסד בקרות חדלות פירעון (LGD- Loss Given Default) (רצ"ב קישור)
- חוות דעת מומחה בנושא הערכות שווי קניין רוחני (IP Valuations) (רצ"ב קישור)



פרטי הבעלים, המנהל, האקטואר ומעריך השווי האחראי: מר רועי פולניצר, CFV, F.I.L.A.V.F.A., FRM

- מחזיק בתואר M.B.A (בהצטיינות) במימון, תואר B.A (בהצטיינות) מאוניברסיטת בן גוריון בכלכלה עם התמחות במימון ודיפלומה בניהול סיכונים פיננסיים במתכונת FRM מאוניברסיטת אריאל בשומרון, למד בתוכנית ללימודי דיפלומה באקטואריה באוניברסיטת חיפה ועבר בהצלחה את הבחינות הסופיות של הרשות לניירות ערך בישראל לרישיון מנהל תיקים.
- מוסמך כאקטואר מלא (Fellow) מטעם לשכת מערכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (F.I.L.A.V.F.A.), מוסמך כמעריך שווי מימון תאגידי (CFV- Corporate Finance Valuator) מטעם לשכת מערכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA- Israel Association of Valuators and Financial Actuaries), מוסמך כמנהל סיכונים פיננסיים (FRM- Financial Risk Manager) מטעם האיגוד העולמי למומחי סיכונים (GARP- Global Association of Risk Professionals) ומוסמך כמומחה לניהול סיכונים (CRM- Certified Risk Manager) מטעם האיגוד הישראלי למנהלי סיכונים (IARM- Israeli Association of Risk Managers).
- בעל ניסיון אינטנסיבי של כעשור וחצי בתחומים של הערכות שווי, ניהול סיכונים, אקטואריה והנדסה פיננסית, הכולל ביצוע פיקוח וניהול של אלפי עבודות הערכות שווי, חוות דעת אקטואריות, ניתוח סיכונים ועבודות ייעוץ כלכליות למשרדי רואי חשבון, משרדי ייעוץ כלכלי, משרדי ביקורת חקירתית וחברות ציבוריות ופרטיות בארץ.
- לשעבר מרצה בנגזרות וניהול סיכונים פיננסיים, בתחום ניתוח דוחות כספיים והערכות שווי, בבית הספר לכלכלה במכללה האקדמית אשקלון ובמוסדות אקדמיים שונים, עוזר מחקר והוראה בתחום ניהול הסיכונים בבנקאות הישראלית של המלומד ה"ה ד"ר שילה ליפשיץ, ראש תחום הערכות השווי במשרד רואי חשבון רוה-רביד (כיום Russell Bedford ישראל), מנהל סיכונים וראש תחום שווי הוגן במשרד הייעוץ האקטוארי של ד"ר בעז ים, מנהל סיכונים ומודליסט ראשי של ועדת השקעות באוניברסיטת בן גוריון.

הסתמכות על מומחים:

- שווי פנימי הוקם בשנת 2011 ומעסיק מומחים מעת לעת בתחומי עיסוקו.
- שווי פנימי נהנה ממעמד מקצועי גבוה ממעמד מקצועי גבוה כמומחה עצמאי בלתי תלוי, לכאורה ולמעשה, לצרכי הסתמכות בידי רואי החשבון המבקרים, רשות ניירות ערך בישראל, רשות המסים בישראל, בתי דין רבניים ובתי משפט בישראל. לשווי פנימי Advisory Board המורכב מאישים בולטים בתחומי האקדמיה, המימון והערכות השווי בישראל ונהנה משיתופי פעולה מקצועיים בארץ. המשרד מיישם וולנטרית את כללי האתיקה, הסטנדרטים המקצועיים ותקנות אי התלות של לשכת מערכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA- Israel Association of Valuators and Financial Actuaries), של האיגוד העולמי למומחי סיכונים (GARP- Global Association of Risk Professionals) ושל האיגוד הישראלי למנהלי סיכונים (IARM- Israeli Association of Risk Managers).

נשמח לעמוד לשירותיכם לכל שאלה או הבהרה, בכל עת