



מקדמים דיפרנציאליים ביחס לגיל

מאת: רועי פולניצר

במאמרים הקודמים קיבלנו כבר את התוצאות הבאות:

$$\frac{d}{dx} l_x = -l_x \mu_x$$

$$\frac{d}{dx} ({}_t P_x) = -{}_t P_x \mu_{x+t}$$

$$\frac{d}{dx} ({}_t P_x) = -{}_t P_x (\mu_x - \mu_{x+t})$$

כעת נציג את המקדמים הדיפרנציאליים ביחס ל- X של:

$$D_x, \bar{N}_x, \bar{M}_x, \bar{a}_x, \bar{A}_x, {}_t \bar{V}_x$$

$$\frac{dD_x}{dx} = \frac{d(v^x l_x)}{dx} = v^x (-l_x \mu_x) + l_x v^x \log_e v$$

כלומר,

$$\frac{dD_x}{dx} = -D_x (\mu_x + \delta)$$

$$\bar{N}_x = \int_0^\infty D_{x+t} dt$$

$$\therefore \frac{d\bar{N}_x}{dx} = \int_0^\infty \frac{d(D_{x+t})}{dx} dt$$



$$\therefore \frac{d\bar{N}_x}{dx} = \int_0^{\infty} \frac{d(D_{x+t})}{dx} dt = \int_0^{\infty} \frac{d(D_{x+t})}{dt} dt = [D_{x+t}]_{t=0}^{t=\infty}$$

כאשר D_{x+t} הינו סימטרי ב- x ו- t

$$\frac{d\bar{N}_x}{dx} = -D_x$$

$$M_x = \int_0^{\infty} D_{x+t} \mu_{x+t} dt$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{d\bar{M}_x}{dx} &= \int_0^{\infty} \frac{d(D_{x+t} \mu_{x+t})}{dx} dt \\ &= \int_0^{\infty} \frac{d(D_{x+t} \mu_{x+t})}{dt} dt \\ &= [D_{x+t} \mu_{x+t}]_{t=0}^{t=\infty} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{d\bar{M}_x}{dx} = -D_x \mu_x$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{a}_x}{dx} &= \frac{d}{dx} \int_0^{\infty} v^t ({}_t p_x) dt \\ &= \int_0^{\infty} v^t \frac{d}{dx} ({}_t p_x) dt \\ &= \int_0^{\infty} v^t ({}_t p_x) (\mu_x - \mu_{x+t}) dt \\ &= \mu_x \bar{a}_x - \bar{A}_x \end{aligned}$$

$$\frac{d\bar{a}_x}{dx} = \bar{a}_x (\mu_x + \delta) - 1$$



$$\begin{aligned}\frac{d\bar{A}_x}{dx} &= \frac{d}{dx} (1 - \delta \bar{a}_x) \\ &= -\delta \frac{d\bar{a}_x}{dx} \\ &= -\delta [\bar{a}_x (\mu_x + \delta) - 1] \\ &= (\bar{A}_x - 1)(\mu_x + \delta) + \delta\end{aligned}$$

$$\frac{d\bar{A}_x}{dx} = \bar{A}_x (\mu_x + \delta) - \mu_x$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx} ({}_t\bar{V}(\bar{A}_x)) &= \frac{d}{dx} \left(1 - \frac{\bar{a}_{x+t}}{\bar{a}_x} \right) \\ &= -\frac{1}{(\bar{a}_x)^2} \left(\bar{a}_x [\bar{a}_{x+t} (\mu_{x+t} + \delta) - 1] - \bar{a}_{x+t} [\bar{a}_{x+t} (\mu_x + \delta) - 1] \right) \\ &= -\frac{1}{(\bar{a}_x)^2} \{ \bar{a}_x \bar{a}_{x+t} (\mu_{x+t} - \mu_x) - \bar{a}_x + \bar{a}_{x+t} \} \\ &= -\frac{\bar{a}_{x+t}}{\bar{a}_x} \left\{ \mu_{x+t} - \mu_x - \frac{1}{\bar{a}_{x+t}} + \frac{1}{\bar{a}_x} \right\}\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dx} ({}_t\bar{V}(\bar{A}_x)) = \{1 - {}_t\bar{V}(\bar{A}_x)\} \{ \bar{P}(\bar{A}_{x+t}) - \bar{P}(\bar{A}_x) - \mu_{x+t} + \mu_x \}$$



ניתן למצוא את המקדמים הדיפרנציאליים גם ביחס למשך החיים הממוצע (t):

$$\frac{d}{dt} \left({}_t\bar{V}(\bar{A}_x) \right) = \frac{d}{dt} \left(1 - \frac{\bar{a}_{x+t}}{\bar{a}_x} \right) = \frac{1}{\bar{a}_x} \left\{ 1 - (\delta + \mu_{x+t}) \bar{a}_{x+t} \right\}$$



פרטים נוספים אודות שווי פנימי ורועי פולניצר

פרטים אודות המשרד:

שווי פנימי (Intrinsic Value) מתמחה במתן שירותי ייעוץ כלכלי בתחומים של הערכות שווי, ניהול סיכונים, אקטואריה והנדסה פיננסית לצורך יישום הוראות רגולטוריות וסטטוטוריות, לצרכי דיווח כספי וביקורת, למטרות מס, לצרכי גיוס הון, לצרכי עסקאות, לצרכים משפטיים ולצורך פיתוח, יישום ותיקוף מודלים בתחומי ניהול הסיכונים והאקטואריה.

למשרד עשרה מגזרי פעילות:

- Corporate Finance Valuation
- Quantitative Finance Valuation
- Financial and Economic Modeling
- Transaction Support
- Market Risk Actuarial Science
- Credit Risk Actuarial Science
- Operational Risk Actuarial Science
- Investment Risk Actuarial Science
- Life Risk Actuarial Science
- Pension Risks Actuarial Science

תחומי הידע והפעילות כוללים:

- הערכת שווי תאגידיים ומגורים (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7, קישור 8)
- בניית תחזיות כלכליות ומצגות עסקיות (רצ"ב קישור)
- אמידת שיעור ההיוון הראוי/ הריבית הראויה להיוון תזרימי מזומנים (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7, קישור 8, קישור 9, קישור 10, קישור 11, קישור 12, קישור 13, קישור 14)
- הערכות שווי נכסים בלתי מוחשיים (רצ"ב קישור)
- ייחוס עלות רכישה, PPA – Purchase Price Allocation (רצ"ב קישור)
- בדיקות פגימה (Impairment) לנכסים, לרבות מוניטין (רצ"ב קישור)
- שווי הוגן אופציות משובצות (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3)
- שווי הוגן אופציות ריאליות (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5)
- שווי הוגן כתבי אופציות לעובדים (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7, קישור 8, קישור 9, קישור 10, קישור 11, קישור 12, קישור 13)
- שווי הוגן כתבי אופציות לדירקטורים (רצ"ב קישור)



- שווי הוגן כתבי אופציות למנכ"ל (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכת הטבות מבוססות לעובדים (RS, RSU, SAR, יחידות פאנטום ומניות/אופציות מבוססות מניות (קישור)
- הערכת שווי מניה רגילה בחברה פרטית (409A) (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- פיצול רכיבי אקוויטי ומכשירי הון/התחייבות מורכבים (PWERM / CCM / OPM) (רצ"ב קישור)
- כימות נזקים, אובדן רווחים ואובדן הכנסות (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי התחייבויות בגין תמלוגים למדען הראשי (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי ערבויות פיננסיות וערבויות בעלים (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי איגרות חוב / הלוואות סטרייט, הלוואות גישור ומשכנתאות (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי הוגן של הלוואת בעלים (רצ"ב קישור)
- ייעוץ ובדיקות אפקטיביות הגנה לחשבונאות גידור (Hedge Effectiveness Tests) (רצ"ב קישור)
- שווי הוגן נגזרים משובצים (Embedded Derivatives) (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי וניתוח סיכונים לדוח גלאי 2 (רגישות, VaR) (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי וניתוח סיכונים ל- IFRS 7 (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי איגרות חוב להמרה, הלוואות הניתנות להמרה ומסגרות מימון המירות (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי אופציות פיננסיות ופוזיציות נגזרים מורכבות (רצ"ב קישור)
- בחינת יכולת פירעון ואיתנות פיננסית (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7)
- ייעוץ ומידול כלכלי מורכב (BOT ו-PPP), בקרה וליווי פיננסי (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- ייעוץ ומידול שווי פרמיות שליטה ומיעוט (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5)
- ייעוץ ומידול שווי פרמיות גודל (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- ייעוץ ומידול סטיית התקן הנכסית (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- ייעוץ ומידול שווי ניכיון בגין היעדר סחירות (DLOM) (קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6)
- ייעוץ ומידול שווי אי סחירות של אופציות (רצ"ב קישור)
- ייעוץ ומידול ניכיון בגין מסים על רווחי הון מובנים (רצ"ב קישור)
- ייעוץ ומידול דיסקאונטים בשותפויות מוגבלות משפחתיות בארה"ב (רצ"ב קישור)
- ייעוץ ומידול ניכיון בגין חסימה, איש מפתח, הסכם מחייב, פורטפוליו והיעדר זכויות הצבעה (רצ"ב קישור)
- חוות דעת מומחה בלתי תלוי בהליכים משפטיים (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכות שווי יחסי מיזוג וייעוץ עסקאות (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי תמורה מותנית בעסקאות מיזוגים ורכישות (רצ"ב קישור)
- חוות דעת הוגנות (Fairness Opinion) לבחינת עסקה (רצ"ב קישור)
- מיסוי בין לאומי – מחירי העברה בתנאי At Arm's Length (רצ"ב קישור)



- קביעת שווי הוגן למחירי העברה בין חברתיים ובין לאומיים (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכות שווי לחברות ממגזרי האנרגיה, נפט וגז (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות פרטיות (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכות שווי חברות ציבוריות (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכות שווי חברות ממגזרי האנרגיה, נפט וגז (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות בקשיים (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות אחזקה (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות נדל"ן מניב (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות בניה למגורים (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי בנקים (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות ביטוח (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי תיקי ביטוח ולסוכנויות ביטוח (רצ"ב קישור)
- הערכות שווי חברות בתחום בנקאות והשקעות והחיתום (רצ"ב קישור)
- אופטימיזציה למבנה ההון, אפשרויות מימון של הפירמה ומקסום התשואה על ההון (רצ"ב קישור)
- בניית עקומי ריביות חסרי סיכון ומטריצות ריביות להיוון (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5)
- דירוג אשראי סינטי (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6)
- איזון משאבים בין בני זוג (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6)
- הערכת שווי נכסי קריירה (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3)
- Due Diligence כלכלי (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3)
- ניתוח סיכוני אשראי של צד נגדי (CVA ו-DVA) בעסקאות נגזרות פיננסית (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4)
- אקטואריית סיכוני אשראי (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6)
- כימות סיכוני שוק בבתי השקעות וחברות ביטוח (קישור)
- ליווי בהטמעת מערכות לניהול סיכונים ובתיקוף תוצאות עבור בתי השקעות וחברות ביטוח (קישור)
- אקטואריית סיכוני שוק (קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7, קישור 8, קישור 9, קישור 10)
- אקטואריית סיכונים תפעוליים (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- אקטואריית סיכוני נזילות (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3)
- אקטואריית סיכוני מודל (רצ"ב קישור)
- אקטואריית סיכוני השקעות (רצ"ב קישור)
- אקטואריית סיכוני חיים (רצ"ב קישור 1, קישור 2, קישור 3, קישור 4, קישור 5, קישור 6, קישור 7, קישור 8, קישור 9, קישור 10, קישור 11, קישור 12, קישור 13)
- חישוב הערך הגלום (Embedded Value) בעסקי ביטוח החיים, הבריאות והפנסיה (רצ"ב קישור 1, קישור 2)



- הערכת שווי פעילות המגזר הכללי (רכב חובה, רכב רכוש, חבויות ורכוש אחר) של חברות ביטוח (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי פעילות קופות הגמל של חברות הביטוח (רצ"ב קישור)
- הערכת שווי פעילות קרנות הפנסיה של חברות הביטוח (רצ"ב קישור)
- אקטואריית סיכונים פנסיוניים (רצ"ב קישור 1, קישור 2)
- הערכה אקטוארית להתחייבויות בגין זכויות עובדים (רצ"ב קישור)
- מחויבות אקטוארית בגין הטבות לעובדים בהתאם ל- IAS19 (רצ"ב קישור)
- חוות דעת מומחה על עתודות אקטואריות בגין זכויות עובדים לפי תקן IAS 19 (רצ"ב קישור)
- אמידת שיעור הריבית הגלום בחכירה בהתאם ל- IFRS 16 (רצ"ב קישור)
- אמידת שיעור הריבית התוספתי לחוכר לפי תקן IFRS 16 (רצ"ב קישור)
- התאמת שוויין של עסקאות החלפה פיננסיות בשוק שמעבר לדלפק לסיכון אי ביצוע לפי תקן IFRS 13 (רצ"ב קישור)



פרטי הבעלים, המנהל, האקטואר ומעריך השווי האחראי: מר רועי פולניצר, CFV, F.I.L.A.V.F.A., FRM

- מחזיק בתואר M.B.A (בהצטיינות) במימון, תואר B.A (בהצטיינות) מאוניברסיטת בן גוריון בכלכלה עם התמחות במימון ודיפלומה בניהול סיכונים פיננסיים במתכונת FRM מאוניברסיטת אריאל בשומרון, למד בתוכנית ללימודי דיפלומה באקטואריה באוניברסיטת חיפה ועבר בהצלחה את הבחינות הסופיות של הרשות לניירות ערך בישראל לרישיון מנהל תיקים.
- מוסמך כאקטואר מלא (Fellow) מטעם לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (F.I.L.A.V.F.A.), מוסמך כמעריך שווי מימון תאגידי (CFV- Corporate Finance Valuator) מטעם לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA- Israel Association of Valuators and Financial Actuaries), מוסמך כמנהל סיכונים פיננסיים (FRM- Financial Risk Manager) מטעם האיגוד העולמי למומחי סיכונים (GARP- Global Association of Risk Professionals) ומוסמך כמומחה לניהול סיכונים (CRM- Certified Risk Manager) מטעם האיגוד הישראלי למנהלי סיכונים (IARM- Israeli Association of Risk Managers).
- בעל ניסיון אינטנסיבי של כעשור וחצי בתחומים של הערכות שווי, ניהול סיכונים, אקטואריה והנדסה פיננסית, הכולל ביצוע פיקוח וניהול של אלפי עבודות הערכות שווי, חוות דעת אקטואריות, ניתוח סיכונים ועבודות ייעוץ כלכליות למשרדי רואי חשבון, משרדי ייעוץ כלכלי, משרדי ביקורת חקירתית וחברות ציבוריות ופרטיות בארץ.
- לשעבר מרצה בנגזרות וניהול סיכונים פיננסיים, בתחום ניתוח דוחות כספיים והערכות שווי, בבית הספר לכלכלה במכללה האקדמית אשקלון ובמוסדות אקדמיים שונים, עוזר מחקר והוראה בתחום ניהול הסיכונים בבנקאות הישראלית של המלומד ה"ה ד"ר שילה ליפשיץ, ראש תחום הערכות השווי במשרד רואי חשבון רוה-רביד (כיום Russell Bedford ישראל), מנהל סיכונים וראש תחום שווי הוגן במשרד הייעוץ האקטוארי של ד"ר בעז ים, מנהל סיכונים ומודליסט ראשי של ועדת השקעות באוניברסיטת בן גוריון.

הסתמכות על מומחים:

- שווי פנימי הוקם בשנת 2011 ומעסיק מומחים מעת לעת בתחומי עיסוקו.
- שווי פנימי נהנה ממעמד מקצועי גבוה ממעמד מקצועי גבוה כמומחה עצמאי בלתי תלוי, לכאורה ולמעשה, לצרכי הסתמכות בידי רואי החשבון המבקרים, רשות ניירות ערך בישראל, רשות המסים בישראל, בתי דין רבניים ובתי משפט בישראל. לשווי פנימי Advisory Board המורכב מאישים בולטים בתחומי האקדמיה, המימון והערכות השווי בישראל ונהנה משיתופי פעולה מקצועיים בארץ. המשרד מיישם וולנטרית את כללי האתיקה, הסטנדרטים המקצועיים ותקנות אי התלות של לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA- Israel Association of Valuators and Financial Actuaries), של האיגוד העולמי למומחי סיכונים (GARP- Global Association of Risk Professionals) ושל האיגוד הישראלי למנהלי סיכונים (IARM- Israeli Association of Risk Managers).

נשמח לעמוד לשירותיכם לכל שאלה או הבהרה, בכל עת