פרק ג: לוח סילוקין

הצגת הבעיה:

לקוח המקבל הלוואה מתחייב להחזיר את חובו על פי חוזה המפרט את מספר התשלומים שלו, גובה התשלומים שלו, וזמני התשלומים שלו.

מטרת הסעיף היא להציג כיצד מתחלק כל אחד מתשלומי הלקוח בין **החזר קרן** (המקטין את יתרת ההלוואה) לבין **תשלום ריבית** על יתרת החוב.

אנו מממש מטרת זו בעזרת **לוח סילוקין** המפרט לכל תשלום לאורך חיי ההלוואה את החזר הקרן בעת התשלום, תשלום הריבית בעת התשלום, ויתרת החוב מידית לאחר התשלום.

הערות:

(א)

לוח הסילוקין מיוצג על ידי ארבעה תזרימים הקשורים זה לזה: תזרים **התשלום הכולל**, תזרים **תשלום הריבית**, תזרים **תשלום החזר הקרן**, ותזרים **יתרת החוב**,

(ב)

יתרת החוב לאחר התשלום האחרון שווה לאפס. לכן: הערך האחרון בתזרים יתרת החוב שווה לאפס (דרך לבדיקת נכונות החישוב).

דוגמה 1:

הלוואה בגובה 40,000 ש"ח מוחזרת בחמישה תשלומים שנתיים שווים. התשלום הראשון חל שנה לאחר מתן ההלוואה (כלומר ההחזר הוא בפיגור). התשלומים השנתיים מחושבים על פי ריבית שנתית השווה ל- 7%.

(א) חשב את גובה התשלום השנתי,

(ב) הצג את לוח הסילוקין.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 3"** בגיליון בשם **"דוגמה 1 "**.

(א)

בעמודה C ניצור את טור ההיוונים: ב- C9 נרשום: ‎=1.07^(-A9)‎ ונעתיק את תא C9 לתאים C10-C13. בתא C7 נרשום: ‎=sum(C9:C13)‎ הערך של חמישה תשלומים שנתיים כל אחד בגובה 1 ש"ח בריבית שנתית של 7% מחושב בעת מתן ההלוואה. בתא C3 נרשום: ‎=40000/C7‎ ונקבל את גובה התשלום השנתי המבוקש.

(ב)

לוח הסילוקין מורכב מארבע עמודות:

(i) בעמודה H נחשב את יתרת החוב אחר התשלום ה- k, $k = 0,\ldots,5$. יתרת החוב אחר "תשלום ה-0" שווה לגובה ההלוואה, לכן נרשום בתא H8: 40000.

לאחר התשלום האחרון יתרת ההלוואה חיבת להיות שווה ל- 0 . לכן נצטרך לקבל בסיום בנית לוח הסילוקין את המספר 0 בתא H13.

(ii) בעמודה E יופיעו התשלומים השנתיים: בתא E9 נרשום ‎=$C$3‎ (גובה התשלום השנתי שחושב בחלק (א)).

(iii) בעמודה F יופיעו תשלומי הריבית השנתיים שגובה הבנק: בתא F9 נרשום: ‎=0.07*H8‎ (יתרת ההלוואה משך השנה הראשונה הייתה H8 ולכן הריבית ששולמה עליה שווה לסכום המופיע בתא F9).

(iv) בעמודה G נרשום את ההפרש בין התשלום השנתי לבין תשלום הריבית השנתי: בתא G9 נרשום ‎=E9-F9‎.

על מנת להשלים את שורה 9 בלוח הסילוקין נרשום בתא H9: ‎=H8-G9‎ יתרת ההלוואה לאחר התשלום השנתי הראשון (ההנחה היא שכל סכום פנוי מופנה להקטנת ההלוואה).

על מנת להשלים את חישוב יתר ארבע השורות הנוספות בלוח הסילוקין נעתיק את השורה הראשונה לארבע השורות העוקבות ונקבל את לוח הסילוקין. (נשים לב שאכן בתא H13 קבלנו כצפוי את הערך 0).

אלטרנטיבית:

נפתור את שני חלקי השאלה סימולטנית:

בתא L3 ננקוב במספר כלשהו, נניח 9000, המציין את גובה התשלום השנתי השגוי. לאחר מכן נבנה במטריצה J8-M13 את לוח הסילוקין בהנחה שהתשלום השנתי עבור הלוואה שווה לערך המופיע ב-L3. בתא האחרון של לוח הסילוקין M13 לא נקבל כדרוש את המספר 0. על מנת לקבל את התשלום השנתי הנכון עלינו לשנות את הערך בתא L3 עד שהערך בתא M13 יופיע 0. להשגת מטרה זו נשתמש ב"חתירה למטרה" (**Goal Seek**) הנמצא בתפריט הכלים: **קבע בתא:** M13, **את הערך:** 0, **על ידי שינוי התא**: L3, ונאשר את הפעולה. כתוצאה נקבל בתא L3 את התשובה לחלק (א), ובתאים J8-M13 נקבל את התשובה לחלק (ב).

דוגמה 2:

הלוואה בגובה 50,000 ש"ח מוחזרת ב- 10 תשלומים שנתיים בפיגור התשלום ה- k שווה ל- $A \cdot k$, $k = 1, \ldots, 10$. התשלומים השנתיים מחושבים על פי ריבית שנתית השווה ל- 5%.

(א) חשב את A

(ב) בנה את לוח הסילוקין.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 3"** בגיליון בשם **"דוגמה 2 "**.

בתאים A8-A18 נציג את המספרים 0-18 .

(א)

בעמודה C ניצור את טור ה"היווניים המשוקללים": ב- C9 נרשום: (A9-)^A9*1.05= ונעתיק את תא C9 לתאים C10-C18.

בתא C7 נרשום: (sum(C9:C18=: הערך של עשרה תשלומים שנתיים מהוונים בריבית שנתית של 5% מחושב בעת מתן ההלוואה כאשר התשלום ה- k שווה ל- k ש"ח.

בתא C3 נרשום: 50000/C7= ונקבל את ערכו של A .

(ב)

לוח הסילוקין מורכב מארבע עמודות:

(i) בעמודה H נחשב את יתרת החוב אחר התשלום ה- k, בתא H8 נרשום: 50000.

(ii) בעמודה E יופיעו התשלומים השנתיים: בתא E9 נרשום A9*$C$3= (גובה התשלום השנתי הראשון שחושב בחלק (א)).

(iii) בעמודה F יופיעו תשלומי הריבית השנתיים שגובה הבנק: בתא F9 נרשום: 0.05*H8= (יתרת ההלוואה משך השנה הראשונה היתה H8 ולכן גובה הריבית שווה לסכום המופיע בתא F9).

(iv) בעמודה G נרשום את ההפרש בין התשלום השנתי לבין תשלום הריבית השנתי לבנק: בתא G9 נרשום E9-F9= (הסכומים בעמודה זו יכולים להיות שליליים: כלומר תשלום הריבית השנתי גבוה מהתשלום הלקוח באותה שנה ולכן גובה יתרת החוב יגדל בהפרש בין חוב הריבית לתשלום הלקוח באותה שנה).

על מנת להשלים את שורה 9 בלוח הסילוקין נרשום בתא H9: H8-G9= יתרת ההלוואה לאחר התשלום השנתי הראשון.

על מנת להשלים את חישוב יתר השורות הנוספות בלוח הסילוקין נעתיק את השורה הראשונה לשורות העוקבות ונקבל את לוח הסילוקין. (נשים לב שאכן בתא H18 קבלנו כצפוי את הערך 0).

אלטרנטיבית:

נפתור את שני החלקים סימולטנית:

בתא J3 ננקוב במספר כלשהו, נניח 1500, המספר מציין את ערכו השרירותי והשגוי של A.

לאחר מכן נבנה במטריצה J8-M18 את לוח הסילוקין בהנחה השגויה ש A שווה למספר המופיע ב- J3. בתא האחרון של לוח הסילוקין M18 לא נקבל כדרוש את המספר 0. על מנת לקבל את הערך הנכון של A עלינו לשנות את הערך בתא J3 עד שהערך בתא M13 יופיע 0. להשגת מטרה זו נשמש ב"חתירה למטרה" הנמצא בתפריט הכלים: **קבע בתא:** M18, **את הערך:** 0, **על ידי שינוי התא**: J3, ונאשר את הפעולה. כתוצאה נקבל בתא J3 את התשובה לחלק (א) ולוח הסילוקין שהתקבל הוא התשובה לחלק (ב).

דוגמה 3:

הלוואה בגובה 100,000 ש"ח מוחזרת בתשלומים חודשיים שווים משך 10 שנים. התשלום הראשון משולם חודש אחר מתן ההלוואה. התשלומים החודשיים מחושבים על פי ריבית חודשית השווה ל- 1%.

(א) חשב את ההחזר החודשי,

(ב) הצג את לוח הסילוקין,

(ג) חשב את החזר הקרן ותשלום הריבית בשנה הראשונה,

(ד) חשב את החזר הקרן ותשלום הריבית בשנה האחרונה,

(ה) לאחר איזה תשלום יתרת החוב קטנה מ 50,000 ש"ח,

(ו) באיזה תשלום חודשי החזר הקרן לראשונה גדול מתשלום הריבית.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 3"** בגיליון בשם **"דוגמה 3 "**.

(א)

בעמודה C ניצור את עמודת ההיווניים: ב- C9 נרשום: =1.01^(-A9) ונעתיק את תא C9 לתאים C10-C128. בתא C7 נרשום: =sum(C9:C128) ונקבל את הערך של 120 תשלומים החודשיים כל אחד בגובה 1 ש"ח בריבית חודשית של 1% מחושב בעת מתן ההלוואה. בתא C3 נרשום: =100000/C7 ונקבל את גובה התשלום החודשי המבוקש.

(ב)

(i) בעמודה H נחשב את יתרת החוב. בתא H8 נרשום: 100000.

(ii) בעמודה E יופיעו התשלומים החודשיים: בתא E9 נרשום C3=.

(iii) בעמודה F יופיעו תשלומי הריבית החודשיים שגובה הבנק: בתא F9 נרשום: 0.01*H8=.

(iv) בעמודה G נרשום את ההפרש בין התשלום החודשי לבין תשלום הריבית החודשי לבנק:

בתא G9 נרשום E9-F9=.

על מנת להשלים את שורה 9 בלוח הסילוקין נרשום בתא H9: H8-G9= ונקבל את יתרת ההלוואה לאחר התשלום החודשי הראשון. על מנת להשלים את חישוב יתר השורות הנוספות בלוח הסילוקין נעתיק את השורה הרשונה לכל השורות העוקבות ונקבל את לוח הסילוקין. (נשים לב שאכן בתא H128 קבלנו כצפוי את הערך 0).

אלטרנטיבית:

נפתור עתה את שני החלקים באופן סימולטני:

בתא J3 ננקוב במספר כלשהו נניח 1300, המספר מציין את גובה התשלום החודשי השרירותי והשגוי. לאחר מכן נבנה במטריצה JI8-M128 את לוח הסילוקין בהנחה שההחזר החודשיי עבור ההלוואה שווה לערך המופיע ב-J3. בתא האחרון של לוח הסילוקין M128 לא נקבל כדרוש את המספר 0. לחישוב התשלום החודשי הנכון נשתמש ב"חתירה למטרה" הנמצא בתפריט הכלים: **קבע בתא:** M128, **את הערך:** 0, **על ידי שינוי התא**: J3, ונאשר את הפעולה. כתוצאה נקבל בתא J3 את התשובה לחלק (א) ולוח הסילוקין שהתקבל הוא התשובה לחלק (ב).

(ג)

לחישוב החזר הקרן בשנה הראשונה נרשום בתא O5 : (sum(L9:L20=(סכום 12 ההחזרים הראשונים), לחישוב תשלום הריבית בשנה הראשונה נרשום בתא O8 : (sum(K9:K20=(סכום 12 תשלומי הריבית הראשונים),

(ד)

לחישוב החזר הקרן בשנה האחרונה נרשום בתא O13 : =sum(L117:L128)(סכום 12 ההחזרים האחרונים),

לחישוב תשלום הריבית בשנה האחרונה נרשום בתא O16 : =sum(K117:K128)(סכום 12 תשלומי הריבית האחרונים).

(ה)

אם יתרת החוב לאחר תשלום נתון גדולה או שווה ל 50,000 ש"ח נרשום 1 ואחרת נרשום 0. בתא Q8 נרשום: =IF(M8>=5,000,1,0) ונעתיק את התא לתאים Q9-Q128. בתא Q3 נסכם את התאים Q8:Q128 ונקבל את המספר הסידורי של התשלום הראשון שיתרת החוב אחר תשלומו קטנה מ- 50,000 ש"ח.

(ו)

אם החזר הקרן בתשלום נתון קטן או שווה להחזר הקרן נרשום 1 ואחרת נרשום 0. בתא S8 נרשום: =IF(L8<=K8,1,0) ונעתיק את התא לתאים S9-S128. בתא S3 נסכם את התאים S8:S128 ונקבל את המספר הסידורי של התשלום הראשון בו החזר הקרן גדול מתשלום הריבית.

דוגמה 4:

הלוואה משולמת שנתית משך 20 שנה בפיגור. התשלום ה- k שווה ל: $19,000+1000\cdot k$, $k=1,\ldots,20$. התשלומים השנתיים מחושבים על פי ריבית שנתית השווה ל- 4%.

(א) חשב את גובה ההלוואה,

(ב) בנה את לוח הסילוקין.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 3"** בגיליון בשם **"דוגמה 4 "**.

(א)

ב- C נציג את תזרים התשלומים המהוון לעת מתן ההלוואה : בתא C9 נרשום

(-A9)^1.04*(19000+1000*A9). נעתיק את התא לתאים C10-C28 , ונסכם בתא C3 את

התאים C9-C28. התוצאה המתקבלת ב C3 היא גובה ההלוואה.

(ב)

בתא H8 נרשום C3= (ערך ההלוואה שחושב בחלק א),

בתא E9 נרשום 19000+1000*A9=(התשלום השנתי הראשון), בתא F9 נרשום:

0.01*H8=(תשלום הריבית בשנה הראשונה),

בתא G9 נרשום E9-F9=(החזר הקרן בשנה הראשונה) ,

בתא H9 נרשום: H8-G9= (יתרת ההלוואה לאחר התשלום השנתי הראשון).

על מנת להשלים את חישוב יתר השורות בלוח הסילוקין נעתיק את השורה הרשונה עד לשורה 28 ועד בכלל ונקבל את לוח הסילוקין. (נשים לב שאכן בתא H28 קבלנו כצפוי את הערך 0).

אלטרנטיבית:

נפתור עתה את שני החלקים באופן סימולטני:

בתא J3 ננקוב במספר כלשהו נניח 390000 המייצג את גובה ההלוואה השרירותי והשגוי.

לאחר מכן נבנה במטריצה J8-M28 את לוח הסילוקין כאשר בתא M8 נרשום J3=. בתא M28 לא נקבל כדרוש את המספר 0. לחישוב גובה ההלוואה הנכון נשתמש ב"חתירה למטרה" הנמצא בתפריט הכלים: **קבע בתא:** M28, **את הערך:** 0, **על ידי שינוי התא:** J3, ונאשר את הפעולה.

כתוצאה נקבל בתא J3 את התשובה לחלק (א) ולוח הסילוקין שהתקבל הוא התשובה לחלק (ב).

דוגמה 5:

הלוואה בגובה 400,000 ש"ח מוחזרת ב- 25 תשלומים שנתיים שווים בפיגור. התשלומים השנתיים מחושבים על פי ריבית שנתית השווה ב- 10 השנים הראשונות ל- 7% , ב- 6 השנים העוקבות שווה ל- 11%, וביתרת הזמן שווה ל 12%.

(א) חשב את גובה התשלום השנתי,

(ב) בנה את לוח הסילוקין.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 3"** בגיליון בשם **"דוגמה 5 "**.

ראשית נציג כמה דרכים ליצירת עמודת ההיוונים: $v(k)$ $k = 1,\ldots,25,$.

<u>דרך I:</u>

בעמודת B בעזרת פונקצית ה- IF ניצור עמודת עזר: ב- B9 נרשום:

=IF(A9<=10,1.07,0)+ 1.11*and(A9>10,A9<=16)+ IF(A9>16,1.12,0).

נעתיק את התא B9 לתאים B10-B33.

בעמודת C ניצור בעזרת פונקצית ה- Product את טור ההיווניים: ב- C9 נרשום:

=Product($C$9:C9) נעתיק את התא C9 לתאים C10-C33.

<u>דרך II:</u>

בעמודת D ניצור עמודת עזר:

בתא D9 נרשום: 1.07= ונעתיק זה לתאים D10-D18.

בתא D19 נרשום: 1.11= ונעתיק את התא לתאים D20-D24.

בתא D25 נרשום 1.12= , ונעתיק תא זה לתאים D26-D33.

בעמודת E ניצור את טור ההיווניים:

ב- E9 נרשום: 1/D9= ,בתא E10 נרשום: E9/D10 ונעתיק את התא E10 לתאים E11-E33.

<u>דרך III:</u>

בעמודת F ניצור בעזרת פונקצית ה- IF את טור ההיווניים: ב- F9 נרשום:

=IF(A9<=10,1.07^-A9,0)+1.07^-10*1.11^(10-A9)*and(A9>10,A9<=16)+

IF(A9>16,1.07^-10*1.11^-6*1.12^(16-A9),0).

נעתיק את התא F9 לתאים F10-F33.

<u>דרך IV:</u>

בעמודת G ניצור את טור ההיוונים:

בתא G9 נרשום: ‎=1.07^-A9‎, נעתיק זה לתאים G10-G18.

בתא G19 נרשום: ‎=1.07^-10*1.11^(10-A19)‎, ונעתיק את התא לתאים G20-G24.

בתא G25 נרשום ‎=1.07^-10*1.11^-6*1.12^(16-A25)‎, ונעתיק תא זה לתאים G25-G33.

בתא D7 נסכם את התאים D9-D33. (נשים לב שהתוצאה בתא D7 חייבת להיות שווה לתוצאה בתא C7).

(א)

בתאים C7, E7, F7, ו G7 נסכם את התאים בשורות 9 עד 33 בכל אחד מהעמודים C, E, F, ו G. בתאים C3, E3, F3, ו G3 נרשום: ‎=400000/C7‎ , ‎=400000/E7‎, ‎=400000/F7‎, ‎=400000/G7‎ ונקבל את תוצאת חלק (א).

(ב)

במטריצה I8-L33 ניצור את לוח הסילוקין. מאחר ומודל הריבית הוא קבוע למקוטעין נתייחס במיוחד לדרך בה ניצור את תזרים תשלום הריבית. (את יתר התזרימים ניצור באופן הרגיל)

בתא O9 נרשום: ‎=(B9-1)*L8‎ ונעתיק את התא לתאים O10-O33.

פתרון אלטרנטיבי:

נפתור עתה את שני החלקים באופן סימולטני:

בתא N2 ננקוב במספר כלשהו נניח 38,000 המייצג את התשלום השנתי.

לאחר מכן נבנה במטריצה N8-Q33 את לוח הסילוקין.

בתא Q8 נרשום ‎=N2‎.

בתא N9 נרשום: ‎$N$2‎,

בתא O9 נרשום: =(B9-1)*Q8,

בתא P9 נרשום: =N9-P9,

בתא Q9 נרשום: =Q8-P9,

נעתיק את התאים N9-Q9 לתאים N10-Q33.

בתא Q33 לא נקבל כדרוש את המספר 0. לחישוב גובה ההלוואה הנכון נשתמש ב"חתירה למטרה" הנמצא בתפריט הכלים: **קבע בתא:** Q33, **את הערך:** 0, **על ידי שינוי התא:** N2, ונאשר את הפעולה. כתוצאה נקבל בתא N2 את התשובה לחלק (א) ולוח הסילוקין שהתקבל הוא התשובה לחלק (ב).

דוגמה 6:

הלוואה בגובה 250,000 ש"ח מוחזרת ב- 22 תשלומים שנתיים שווים בפיגור. התשלומים השנתיים מחושבים לפי מודל ריבית שנתי כללי בו: $v(t)=\frac{3}{8}\cdot 1.06^{-t}+\frac{5}{8}\cdot 1.08^{-t}$.

(א) חשב את גובה התשלום השנתי,

(ב) בנה את לוח הסילוקין.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 3"** בגיליון בשם **"דוגמה 6 "**.

(א)

בעמודה C ניצור טור היוונים: בתא C8 נרשום: =(3*1.06^-A8+5*1.08^-A8)/8 ונעתיק תא זה לתאים C9-C30. בתא C3 נרשום =250000/C6 ונקבל את תוצאת חלק זה.

(ב)

קביעת לוח סילוקים במקרה זה אינה שונה מקביעת לוח סילוקים בדוגמאות השונות למעט קביעת תשלום הריבית (עמודה F). נסביר כיצד אנו מגיעים לנוסחאת תשלום הריבית.

ערך C יחידות כסף שהושקעו בזמן t שקולים ל- $C\cdot v(t)$ יחידות כסף שהופקדו בזמן 0,

ו $C\cdot v(t)$ יחידות כסף שהושקעו בזמן 0 שקולים ל- $\frac{C\cdot v(t)}{v(t+1)}$ יחידות כסף בזמן t+1. כלומר C

יחידות כסף בזמן t שקולים ל $\frac{C\cdot v(t)}{v(t+1)}$ יחידות כסף בזמן t+1. מכאן שתשלום הריבית עבור C

יחידות כסף שהושקעו בזמן t ליחידת זמן שווה ל: $C\cdot[\frac{v(t)}{v(t+1)}-1]$. לכן בתא F9 רשום:

H8*(C8/C9-1)= (תשלום הריבית בשנה הראשונה) ונמשיך בדומה לדוגמאות הקודמות.

אלטרנטיבית:

נפתור עתה את שני החלקים באופן סימולטני:

בתא M8 נרשום 250,00 (יתרת ההלוואה בזמן 0).

בתא J3 ננקוב במספר כלשהו נניח 25000 המייצג את התשלום השנתי השגוי.

לאחר מכן נבנה במטריצה J8-M30 את לוח הסילוקים כאשר בתא J9 נרשום $J$3=

ובתא K9 נרשום M8*(C8/C9-1)=, ונשלים את המטריצה J8-M30 ללוח סילוקים. בתא

M30 לא נקבל כדרוש את המספר 0. לחישוב גובה התשלום השנתי הנכון נשתמש

ב"חתירה למטרה" הנמצא בתפריט הכלים: **קבע בתא:** M30, **את הערך:** 0, **על ידי שינוי**

התא: J3, ונאשר את הפעולה. כתוצאה נקבל בתא J3 את התשובה לחלק (א) ולוח

הסילוקים שהתקבל הוא התשובה לחלק (ב).

דוגמה 7:

הלוואה משולמת שנתית משך 20 שנה בפיגור. התשלום ה- k שווה ל: $5,000+100\cdot(k-1)$,

$k=1,\ldots,20$ התשלומים השנתיים מחושבים על פי ריבית שנתית השווה ל- 7%.

(א) חשב את גובה ההלוואה בעת ההנפקה,

(ב) בנה את לוח הסילוקים.

משקיע החייב בתשלום מס בשיעור 25% על ריווחי ריבית רוכש את ההלוואה לאחר התשלום בזמן k, $k = 0,\ldots,20$.

(ג) מהו המחיר שישלם המשקיע שרכש את יתרת ההלוואה בזמן k, $k = 0,\ldots,20$, על מנת להשיג תשואה שנתית השווה ל 6%.

יהי N הזמן המקרי בו רוכש המשקיע את יתרת ההלוואה, ויהי A(N) המחיר המקרי ששילם המשקיע שהשיג תשואה שנתית השווה ל 6% אם רכש את יתרת ההלוואה בזמן N.

(ד) חשב את התוחלת של המשתנה המיקרי A(N).

(ה) חשב את השונות של המשתנה המיקרי A(N).

לחישוב חלקים (ד) ו (ה) הנח ש: $P(N = k) = \dfrac{0.1 \cdot 0.9^k}{1 - 0.9^{21}}, \; k = 0,\ldots,20$.

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 3"** בגיליון בשם **"דוגמה 7 "**.

(א)

בתא C9 נרשום =(4900+100*A9)*1.07^-A9 ונעתיק תא זה לתאים C10-C28. בתא C3 נסכם את התאים C9-C18 ונקבל את תוצאת חלק (א).

(ב)

בדומה לדוגמאות הקודמות.

(ג)

חלק זה נפתור במספר שלבים:

<u>שלב (i)</u>

בעמודה O נציג את תזרים המזומנים של משקיע הרוכש את ההלוואה בעת ההנפקה.

בתא O9 נרשום: L9+0.75*K9 (החזר הקרן בתוספת 75% מתשלום הריבית) ונעתיק את התא לתאים O10-O28.

<u>שלב (ii)</u>

בעמודה P נציג את תזרים המזומנים של משקיע הרוכש את ההלוואה בעת ההנפקה מהוון לעת ההנפקה. בתא P9 נרשום: =O9*1.06^-A9 ונעתיק את התא לתאים P10-P28.

<u>שלב (iii)</u>

בעמודה Q נציג את המחיר ששילם המשקיע הרוכש את יתרת ההלוואה בזמן k מהוון לעת ההנפקה. בתא Q8 נרשום: =sum(P8:$P$29) ונעתיק את התא לתאים Q9-Q28.

<u>שלב (iv)</u>

בעמודה R נציג את הפתרון לחלק ג': את המחיר ששילם המשקיע הרוכש את יתרת ההלוואה בזמן k מחושב בזמן k. בתא R8 נרשום: =Q8*1.06^A8 ונעתיק את התא לתאים R9-R28.

(ד)

בעמודה R נתונים ערכי המ.מ. A(N).

בעמודה T נציג את ההסתברויות. בתא T8 נרשום: =0.1*0.9^8/(1-0.9^21), ונעתיק את תא T8 לתאים T9-T28.

עמודה U נחשב את התוחלת. בתא U8 נרשום: =R8*T8, ונעתיק את התא לתאים U9-U28.

בתא T2 נקבל את התוחלת על ידי סכום התאים U8-U28.

(ה)

בתא W8 נרשום: =T8*(R8-$T$2)^2 ונעתיק את התא לתאים W9-W28. על מנת לקבל את ערך השונות בתא W2 נסכם בתא את ערכי התאים W8-W28.

אלטרנטיבית:

בתא X8 נרשום: =T8*R8^2 ונעתיק את התא לתאים X9-X28. על מנת לקבל את ערך השונות בתא X2 נרשום בתא X2: =sum(X8:X28)-T2^2.

דוגמה 8:

הלוואה בגובה 200,000 הונפקה לעשרים וחמש שנה. ההלוואה מוחזרת בתשלומים שנתיים

בפיגור. התשלום ה- k שווה ל- $\begin{cases} 0.7 \cdot r \cdot A, & 1 \le r \le 15 \\ r \cdot A, & 16 \le r \le 25 \end{cases}$. ערכו של A חושב במודל הריבית

הכללי הנתון על ידי: $\delta(t) = 0.01 \cdot a + 0.001 \cdot b \cdot t$.

(א) עבור כל אחד מעשר הוקטורים הדו ממידיים הנתונים חשב את ערכו של A.

a	9	5	6	7	8	3	4	5.5	6.5	7.5
b	1	2	3	4	5	6	4.5	3.5	8.5	6.5

(ב) הצג פתרון פרמטרי ללוח הסילוקים (כלומר: הצג אפשרות לחשב את לוח הסילוקים לכל זוג

פרמטרים (a, b))

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 3"** בגיליון בשם **"דוגמה 8 "**.

בתאים B2,C2 נקוב בערכים שרירותיים של a, ו b בהתאמה. בתאים A7-A32 נציג את

הספרות 0-25.

חישוב v(t): (עבור ערכי a ו-b הנתונים בתאים B2,C2)

נשים לב ש:

$$\int_0^t \delta(u)du = \int_0^t [0.01 \cdot a + 0.001 \cdot b \cdot u]du = 0.01 \cdot a \cdot t + 0.0005 \cdot b \cdot t^2$$

לכן:

$$v(t) = e^{-\int_0^t \delta(u)du} = e^{-0.01 \cdot a \cdot t - 0.0005 \cdot b \cdot t^2}$$

בתאים B7-B32 נציג את ערכי ההיוון. בתא B7 נרשום:

=exp(-$B$3*A7-0.5*$C$3*A7^2) ונעתיק את התא לתאים B8-B32.

(א)

בתאים C8-C32 נציג את ערכי תזרים התשלומים מהוון לעת ההנפקה עבור A=1.

בתא C8 נרשום: 0.7*B8 ונעתיק את התא לתאים C9-C22. בתא C23 נרשום B23= ונעתיק את התא לתאים C24-C32. בתא C6 נסכם את הערכים.

בתא C4 נחשב את ערכו של A ונרשום: 200,000/C6=.

בתאים O7-P16 נרשום את ערכי עשר הוקטורים הדו ממדיים.

על ידי שינוי ערכי a ו b (הנתונים בתאים B2 ו C2) נקבל את ערך A המתאים (הנתון בתא C4).

בעזרת מאקרו (במקרה שלנו מאקרו מספר 1) נוכל לרשום בתאים Q7-Q16 את ערכי ה- A המבוקשים.

הטקסט של מאקרו מספר 1, אחר העדכון, נראה כדלקמן:

```
For Index = 7 To 16
   Range("O" & Index, "P" & Index).Select
   Selection.Copy
   ActiveWindow.Panes(1).Activate
   Range("B2").Select
   Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks_
=:        False, Transpose:=False
   Range("C4").Select
   Application.CutCopyMode = False
   Selection.Copy
      Range("Q" & Index).Select
```

```
Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks_
=:        False, Transpose:=False
Next Index
End Sub
```

(ב)

בתאים K2 ו L2 נציג ערכים לזוג הפרמטרים ובתא J1 נציג ערך שרירותי שגוי עבור A .

עבור ערכי a ו b הנתונים בתאים K2 ו L2 והערך השרירותי של A הנתון בתא J1 נציג את לוח הסילוקים בתאים J7-M32.

קביעת לוח סילוקים במקרה זה אינה שונה מקביעת לוח סילוקים בדוגמאות שעשינו למעט קביעת תשלום הריבית (עמודה K). נסביר פעם נוספת כיצד אנו מגיעים לנוסחאת תשלום הריבית.

ערך C יחידות כסף שהושקעו בזמן t שקולים ל- $C\cdot v(t)$ יחידות כסף שהופקדו בזמן 0, ו $C\cdot v(t)$ יחידות כסף שהושקעו בזמן 0 שקולים ל- $\frac{C\cdot v(t)}{v(t+1)}$ יחידות כסף בזמן t+1. כלומר C יחידות כסף בזמן t שקולים ל $\frac{C\cdot v(t)}{v(t+1)}$ יחידות כסף בזמן t+1. מכאן שתשלום הריבית עבור C יחידות כסף שהושקעו בזמן t ליחידת זמן שווה ל: $C\cdot[\frac{v(t)}{v(t+1)}-1]$. לכן בתא K8 רשום: =(S7/S8-1)*M7 (תשלום הריבית בשנה הראשונה) ונמשיך בבנית לוח הסילוקים בדומה לדוגמאות הקודמות.

נשים לב שבתא M32 אין אנו מקבלים את הערך המצופה אפס.

על מנת לתקן זאת אנו מפעילים חתירה למטרה המוצאת את הערך A המאפס את תא M32.

במקרה זה נפעיל מאקרו (מאקרו מספר 3 עם סימן קיצור A) ובמאקרו נפעיל את החתירה למטרה. כך שאם נשנה את זוג הפרמטרים ונפעיל את המאקרו נקבל בתא J1 את ערכו הנכון של A ובתאים J7-M32 את לוח הסילוקים הפרמטרי המבוקש.

דוגמה 9:

הלוואה הונפקה ל- n שנים והוחזרה בפיגור בתשלומים רבעוניים בפיגור התשלום הרבעוני

ה- k שווה ל: $A + B \cdot (k-1)$ ₪, $k = 1, \ldots, 4 \cdot n$. המוסד המנפיק מניח את מודל הריבית הבא:

ב- m(1) השנים הראשונות הריבית השנתית שווה ל- J(1), ב- m(2) השנים העוקבות הריבית השנתית שווה ל- J(2), וביתרת הזמן הריבית השנתית שווה ל- J(3).

עבור כל אחד מעשר הוקטוריים השמונה ממדיים הנתונים חשב את גובה ההלוואה

A	B	m(1)	m(2)	n	J(1)	J(2)	J(3)
1500	400	4	7	14	7	8	9
1700	350	5	6	15	6	9	8
1350	425	6	5	13	5	7	7
1400	290	7	4	16	4	6	6
1250	375	4	7	19	3	5	5
1550	415	5	8	12	4	4	6
1450	465	6	9	17	5	5	7
1600	510	5	4	11	6	6	8
1800	490	6	7	12	7	7	9
1900	375	3	5	11	8	8	10

פתרון:

פתרון דוגמה זו מופיע בקובץ אקסל בשם **"דוגמאות פרק 3"** בגיליון בשם **"דוגמה 9 "**.

בתאים A2-H2 נציג ערכים לוקטור הפרמטרים השמונה מימדי.

בתאים B8-B127 נציג את הריביות השנתיות במודל הריבית,

בתאים C8-C127 נציג את עמודת ההיוונים המתאימה למודל הריבית,

בתאים D8-D127 נציג את תזרים התשלומים המתאים מהוון ל עת ההנפקה.

בתא D6 נציג את ערך ההלוואה המתאים לוקטור הפרמטרים השמונה ממדי המתאים.

בתאים P6-W15 נציג את עשרת הוקטורים השמונה ממדיים ובעזרת מאקרו (מאקרו מספר 4)

נחשב את ערכה של ההלוואה לכל אחד מעשרת הוקטורים הנתונים.

הטקסט של המאקרו לאחר העדכונים נראה כך:

```
Sub Macro4()
For Index = 6 To 15
    Range("P" & Index, "W" & Index).Select
    Selection.Copy
    ActiveWindow.Panes(1).Activate
    Range("A2").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
    Range("D6").Select
    Application.CutCopyMode = False
    Selection.Copy
      Range("X" & Index).Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
Next Index
End Sub
```